

De omtrek van de aarde

Hoe wordt de omtrek van de aarde berekend?



Opleiding:	Trinitas Gymnasium
Vakgebied:	Wis- en natuurkunde
Versie:	1.0
Begeleidend docent:	Mevrouw P. Mokveld
Datum profielwerkstuk:	13 januari 2020
Naam:	Babette Graaf
Klas:	G5d / G6b

Voorwoord

De aarde is bolvormig en draait in 24 uur om haar as en om de zon. In het dagelijks leven merken we niets van de kromming van de aarde, maar de kromming is er wel. Doordat er bergen en zeeën op aarde zijn - onregelmatigheden in het landschap - is de aarde geen perfecte ronde bol. En omdat de aarde om haar as draait, wordt de aarde afgeplat, dus ook dat heeft invloed op de vorm van de aarde. De aarde wordt beschreven als een bolvormig hemellichaam.

Omdat de aarde bolvormig is, is kromming in het landschap overal aanwezig. Alleen is de kromming nauwelijks te zien en er wordt nooit stilgestaan bij het feit dat de kromming aanwezig is.

In dit profielwerkstuk wordt geprobeerd om op verschillende manieren aan te tonen dat de aarde rond is en er wordt bepaald op welke manieren de omtrek van de aarde of kromming berekend kan worden.

De hypothese is: de omtrek van de aarde kan nauwkeuriger dan het experiment en de berekeningen van Eratosthenes worden berekend met behulp van minimale middelen en wiskundige berekeningen.

De onderzoeksvraag om de hypothese te onderbouwen is:

- *Hoe wordt de omtrek van de aarde berekend?*

De deelvragen die in het onderzoek gesteld worden, zijn:

- *Op welke manier kan worden aangetoond dat de aarde rond is?*
- *Hoe berekende men de omtrek van de aarde vroeger?*
- *Hoe wordt de omtrek van de aarde tegenwoordig berekend?*
- *Wat is het nut van deze toepassingen vroeger en tegenwoordig?*

Uiteindelijk leiden de onderzoeken tot een conclusie en wordt er beschreven of er resultaten uit de onderzoeken naar voren zijn gekomen of kan worden berekend dat de aarde rond is.

Inhoudsopgave

Voorwoord	2
Inhoudsopgave	3
Hoofdstuk 1. Rond of plat?	5
1.1 Pythagoras	5
1.2 Aristoteles	5
1.3 Eratosthenes	5
1.4 Al-Biruni	7
Hoofdstuk 2. De vorm van de aarde	12
2.1 Sferoïde	12
2.2 De wetten van Kepler	12
2.3 Lengte- en breedtegraden	14
Hoofdstuk 3. Waarom is de aarde rond?	16
3.1 Maansverduistering	16
3.2 Hoogte op de aarde	16
3.3 Tijdzones	16
3.4 Horizon	17
3.5 Sterren	17
3.6 Satellieten	17
3.7 Ruimte	17
3.8 Zonsopkomst en zonsondergang	17
3.9 Vlaggetjes	17
3.10 Laserstralen	17
3.11 Telescoop / verrekijker	17
Hoofdstuk 4. Vroegere berekeningen van de kromming van de aarde - navigatie	18
4.1 Poolster	18
4.2 Astrolabium	18
4.3 Jacobsstaf	18
4.4 Kompas	19
4.5 Sextant	20
4.6 Theodoliet	20
Hoofdstuk 5. Hedendaagse berekeningen van de kromming van de aarde	21
5.1 Satellietgeodesie	21

5.1.1 Van aarde naar ruimte-methode	21
5.1.2 Laser	22
5.1.3 Doppler-techniek	22
5.1.4 Van ruimte naar aarde-methode	22
5.1.5 Van ruimte naar ruimte-methode	22
Hoofdstuk 6. Toepassingen kromming en omtrek van de aarde	23
6.1 Mercatorprojectie	23
6.2 Meridiaan	24
6.3 Geodesie	25
6.4 Geostationaire baan: definitie en vaststelling	25
Hoofdstuk 7. Onderzoeksverslag berekening kromming van de aarde	29
7.1 Inleiding	29
7.2 Onderzoeksvraag en hypothese	30
7.3 Materiaal en methode	31
7.4 Resultaten	34
7.5 Conclusies	45
7.6 Discussie	46
Nawoord	49
Bronvermelding	52
Bijlages	54
Bijlage 1 Tijdlijn uitvindingen / ontdekkingen omtrek van de aarde	55
Bijlage 2 Tabel bij tijdlijn	56
Bijlage 3 Foto's Theodolite App	58
Bijlage 4 Logboek	64

Hoofdstuk 1. Rond of plat?

Zo'n 6000 jaar v. Chr. dacht men dat de aarde een platte schijf was die rondreef in de oceaan.

570 jaar voor Christus ging Pythagoras er al van uit dat de aarde rond was. Ook Plato (427 v. Chr. - 347 v. Chr.), Aristoteles (384 v. Chr. - 322 v. Chr.) en Eratosthenes (276 v. Chr. - 194 v. Chr.) verzamelden bewijzen dat de aarde geen platte schijf was die in de oceaan dreef.

1.1 Pythagoras

Pythagoras (581 v. Chr. - 497 v. Chr.) was een filosoof die zich bezighield met onderzoek naar de verhoudingen tussen de wereld en wiskunde. Alles stond volgens hem in verband met een getal. Hij ging ervan uit dat hemellichamen bolvormig waren, omdat een cirkel de meest harmonische geometrische vorm is in het omniversum.¹ Hij zag de wereldbol als het centrum van het heelal. Hij kon deze stelling niet onderbouwen, het leek hem gewoon een mooi gegeven.

1.2 Aristoteles

Aristoteles, de Griekse filosoof en wetenschapper, gaf aan dat er sterren te zien waren in Egypte en Cyprus die niet in andere, noordelijke gebieden konden worden gezien. Aristoteles had verschillende beweringen over de vorm van de aarde. Ten eerste dacht hij dat alle delen van het aardoppervlak naar de kern van de aarde wilden bewegen waardoor de aarde bolvormig was. Ten tweede zag hij dat de schaduw van de aarde op de maan een cirkelvorm was. De schaduw was op elke plek een cirkel, waardoor de aarde wel cirkelvormig moest zijn.

Als laatste stelde Aristoteles dat wanneer reizigers naar het zuiden gaan zij de zuidelijke sterrenbeelden hoger boven de horizon zien. In die tijd was al bekend dat de sterren op een grote afstand van de aarde stonden. Deze stelling zou alleen kloppen wanneer de horizon van een zuidelijk gebied in een hoek stond met de horizon in een noordelijk gebied.²

1.3 Eratosthenes

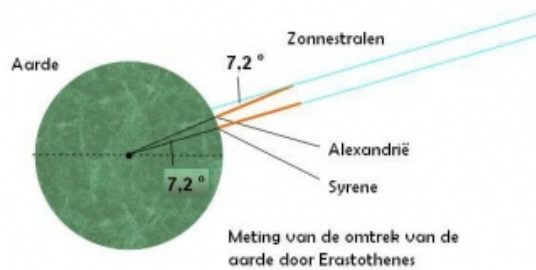
Eratosthenes, een Griekse geleerde, heeft een eerste manier bedacht en een berekening gemaakt van de omtrek van de aarde in de oudheid met behulp van de zon. Hij ontdekte dat de zon op 21 juni, de dag van de zonnewende, recht boven Syrene stond, de huidige Egyptische stad Aswan, aangezien er die dag geen schaduwen waren en de bodem van een put duidelijk te zien was. Hij stelde dat de aarde de vorm van een bol had en dat hij hiermee de omtrek van de aarde kon berekenen.

Eratosthenes bedacht dat hij dit met de afstand tussen Syrene en Alexandrië kon doen. In Alexandrië was er wel altijd een schaduw en op het moment dat in Syrene de zonnestralen door het middelpunt van de aarde gingen, berekende hij daar in welke hoek de zonnestralen op een hoog gebouw stonden. Dit bleek een hoek van $7,2^\circ$ te zijn. Daardoor zouden Syrene en Alexandrië in een hoek van $7,2^\circ$ van elkaar staan ten opzichte van het middelpunt van de aarde. De verhouding was $7,2^\circ/360^\circ$, dus $1/50$ deel van een cirkel.³

¹ https://nl.wikipedia.org/wiki/Bolvormige_Aarde

² https://nl.wikipedia.org/wiki/Bolvormige_Aarde#Aristoteles

³ <https://history.nasa.gov/SP-4211/ch11-4.htm#fig36>



Afbeelding 1 Meting van de omtrek van de aarde door Eratosthenes

Met deze informatie zou de omtrek van de aarde 50 keer de afstand tussen Syrene en Alexandrië zijn. Eratosthenes keek hoe snel kamelen deze afstand konden afleggen en met een redelijke snelheid van de kamelen berekende hij de afstand. Deze uitkomst vermenigvuldigde hij met 50 en kwam zo op een schatting van de omtrek van de aarde. Later is gebleken dat zijn berekening 15% naast de werkelijke omtrek zat, maar gezien Eratosthenes met minimale middelen dit onderzoek heeft gedaan, is de uitkomst achteraf vrij nauwkeurig. ⁴

De berekening van Eratosthenes

Om de kromming van de aarde te berekenen, wordt gebruikgemaakt van lengtecirkels (met dezelfde tijdszone), zogenaamde lijnen die over de aardbol lopen. Wanneer de aarde een perfecte ronde bol zou zijn, is het aantal graden 360. De evenaar is een breedtecirkel van 360°. De lengte van de evenaar is circa 40.000 km. 1 graad is dan $40.000 / 360 = 111,1$ km.

Zoals Eratosthenes (zie hoofdstuk 1.3) al had berekend, is 7,2 graden een afstand langs de oppervlakte van de aarde van 800 kilometer.

1 graad is dan: 800 kilometer / 7,2 graden = 111,11 kilometer.

360 graden is dan een afstand van: 360 graden x 111,11 kilometer = 40.000 kilometer.

De verhoudingstabel is:

1 graad	7,2 graden	360 graden
111,11 km	800 km	P km

De omtrek van de aarde (P) wordt als volgt berekend: $360 \text{ graden} \times 800 \text{ km} = 7,2 \text{ graden} \times P$
 $288.000 = 7,2 \times P$

$P = 288.000 / 7,2 = 40.000 \text{ km}$ ⁵

⁴<https://nl.wikipedia.org/wiki/Eratosthenes>

⁵http://rekenenmetaardrijkskunde.nl/downloads/a_rekenen_aan_de_aarde_opdrachten_juli_2011.pdf

1.4 Al-Biruni

Al-Biruni was een moslimwetenschapper die rond 1000 n. Chr. ontdekte hoe de straal en de omtrek van de aarde konden worden berekend. Hij had maar 4 metingen nodig om tot zijn berekening te komen en de methode bleek vrij nauwkeurig te zijn. Hij maakte gebruik van een goniometrische vergelijking met een hoog punt op aarde als uitgangspunt, een berg.

Omdat moslims moesten bidden in de richting van Ka'aba was het belangrijk dat de omvang van de aarde werd berekend en op die manier werd ontdekt in welke richting Ka'aba lag.

De berekening van Al-Biruni klopte met een afwijking van 1%, dus hij kwam erg dicht bij de werkelijke omtrek van de aarde. ⁶

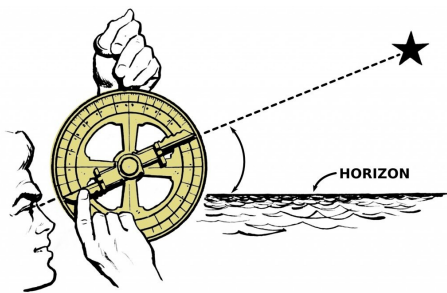
De straal van de aarde is ongeveer 6378 km, Al-Biruni kwam uit op een berekening van 6339,6 km. De berekening van Al-Biruni werd pas veel later, in de 16e eeuw, ontdekt in Europa.

Al Biruni berekende de omtrek van de aarde door gebruik te maken van een berg.

Met behulp van hoeken en afstanden berekende hij het hoogste punt van de berg.

Ook berekende hij de hoek van de top van de berg naar de horizon (zie afbeelding 3, hoek α) ⁷

Hij gebruikte voor zijn berekeningen alleen een astrolabium, hij had een berg nodig met een platte horizon en hij had kennis van trigonometrie. Met een astrolabium kon hij de hoogte en plaats van de zon berekenen ten opzichte van de berg en de hoek van de bergtop naar de horizon.



Afbeelding 2 Gebruik van astrolabium

Om de hoeken of zijden van een driehoek te berekenen, kan gebruik worden gemaakt van de sinus-, cosinus-, tanges- en sinusregel.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{schuine zijde}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}}$$

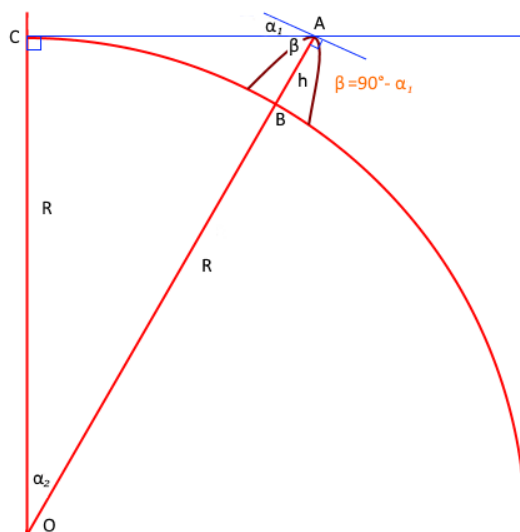
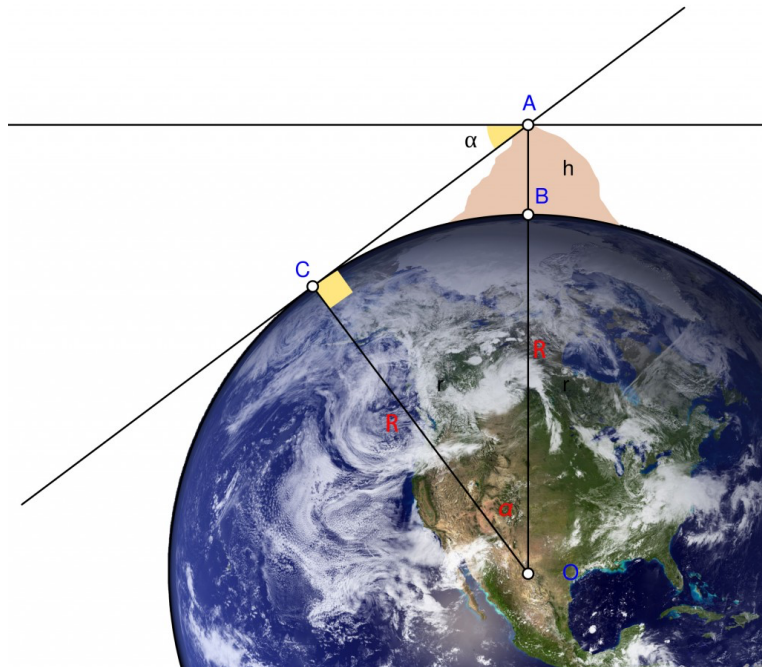
$$\tan(\alpha) = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{aanliggende zijde}}$$

⁶<https://owlcation.com/stem/How-to-Determin-the-Radius-of-the-Earth-Al-Birunis-Classic-Experiment>

⁷<https://flatearthinsanity.blogspot.com/2016/09/how-al-biruni-calculated-circumference.html>

Sinusregel:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$



Afbeelding 3 Situatie van Al-Biruni. In deze situatie kan de sinusregel worden toegepast.

$$\beta = 90^\circ - \alpha_1$$

$$\beta + \alpha_1 = 90^\circ$$

$$\beta + \alpha_2 = 90^\circ$$

$\Rightarrow$

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

$\Rightarrow$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

Babette Graaf

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

$$\frac{AC}{\sin(O)} = \frac{R}{\sin(A)} = \frac{R+h}{\sin(C)}$$

$$\frac{AC}{\sin(\alpha)} = \frac{R}{\sin(90 - \alpha)} = \frac{R+h}{\sin(90)}$$

$$\frac{AC}{\sin(\alpha)} = \frac{R}{\sin(90 - \alpha)} = \frac{R+h}{\sin(90)}$$

$$\frac{R}{\sin(90 - \alpha)} = \frac{R+h}{\sin(90)}$$

$$\frac{R}{\cos(\alpha)} = \frac{R+h}{1}$$

$$\frac{R}{\cos(\alpha)} = R+h$$

$$\frac{R}{\cos(\alpha)} - R = h$$

$$R * \left(\frac{1}{\cos(\alpha)} - 1 \right) = h$$

$$R * \left(\frac{1}{\cos(\alpha)} - 1 * \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right) = h$$

$$R * \left(\frac{1}{\cos(\alpha)} - \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right) = h$$

$$R * \left(\frac{1 - \cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right) = h$$

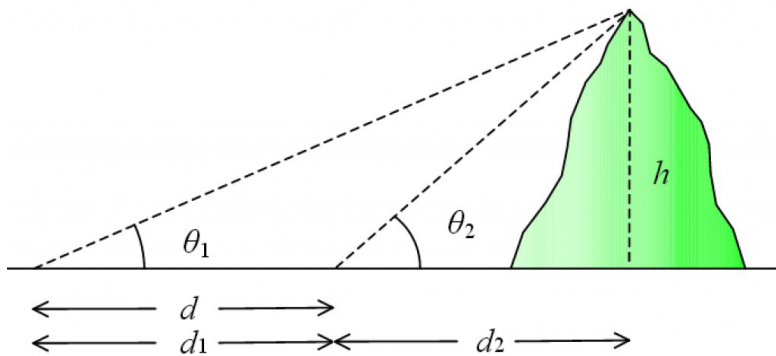
$$R * \left(\frac{1 - \cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} \right) * \frac{\cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)} = h * \frac{\cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)}$$

$$R = \frac{h * \cos(\alpha)}{1 - \cos(\alpha)}$$

Om de hoogte van de berg te bepalen, maakte Al-Biruni gebruik van een astrolabium. Hij berekende de hoogte door de hoek die de top van de berg met de grond maakt op twee verschillende punten te meten. Hij gebruikte vervolgens deze formule:

Hierbij is d de afstand tussen de twee meetpunten.

Afbeelding 4 Berekening Al-Biruni



$$h = \frac{d * \tan(\theta_1) * \tan(\theta_2)}{\tan(\theta_2) - \tan(\theta_1)}$$

$$\tan(\theta_1) = \frac{h}{d1 + d2}$$

$$h = \tan(\theta_1) * (d1 + d2)$$

$$\tan(\theta_2) = \frac{h}{d2}$$

$$h = \tan(\theta_2) * d2$$

$$d2 = \frac{h}{\tan(\theta_2)}$$

$$h = \tan(\theta_1) * (d1 + \frac{h}{\tan(\theta_2)})$$

$$h = d1 * \tan(\theta_1) + \frac{h * \tan(\theta_1)}{\tan(\theta_2)}$$

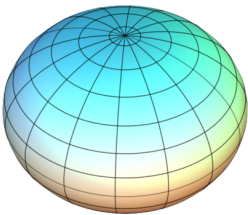
$$h - \frac{h * \tan(\theta_1)}{\tan(\theta_2)} = d1 * \tan(\theta_1)$$

Hoofdstuk 2. De vorm van de aarde

2.1 Sferoïde

De aarde wordt aangeduid als rond. Een bolvormig hemellichaam, zoals ook de andere planeten worden beschreven. Maar de aarde is niet perfect rond: doordat de aarde om haar as draait, wordt ze afgeplat tot een sferoïde. Dat is een kwadratisch oppervlak dat de vorm heeft van een omwentelingsfiguur van een ellips. Een sferoïde is een ruimtelijk figuur dat makkelijk kan worden beschreven. In de landmeetkunde wordt de aarde beschreven als een oblate sferoïde (afbeelding 6).⁸

Daarnaast is de aarde geen perfecte ronde bol door het landschap op de aarde. Oceanen zorgen voor diepte in het landschap en bergen geven het landschap hoogte.

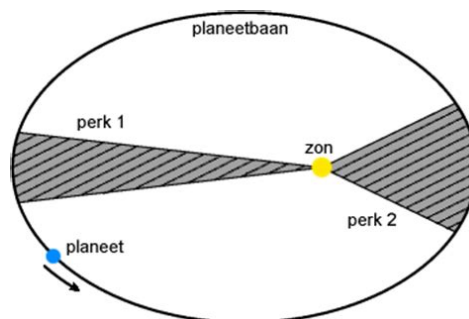


Afbeelding 6 Oblate sferoïde

2.2 De wetten van Kepler

Johannes Kepler heeft drie wetten opgesteld over de vorm van de banen van planeten om de zon, waarmee wordt aangetoond dat deze banen geen perfecte cirkels zijn:

1. Planeten bewegen in ellipsbanen waarbij de zon zich in één van de brandpunten bevindt.
2. De verbindingslijn tussen de zon en een planeet beweegt in gelijke tijdsintervallen over delen met dezelfde oppervlakte van de ellipsbaan. Deze wet wordt ook wel de perkenwet genoemd.
3. Het kwadraat van de omlooptijd (de baanperiode) van een planeet rond de zon heeft een evenredig verband met de derdemacht van de gemiddelde afstand van de planeet tot de zon. Deze wet is ook wel bekend als de harmonische wet.



Afbeelding 7 Planeetbaan om de zon

Op de bovenstaande afbeelding is een planeetbaan om de zon te zien waarbij de grijze velden perken zijn, omdat de twee rechte benen van elke perk gelijk zijn. De oppervlakte van perk 1 is gelijk aan de oppervlakte van perk 2. De afstanden die in beide perken worden afgelegd, gebeuren over hetzelfde tijdsinterval. In perk 2 wordt er echter een langere afstand afgelegd dan bij perk 1 waardoor de planeet - wanneer hij zich op perk 2 bevindt - zich sneller beweegt dan bij perk 1. Hieruit volgt dat wanneer de afstand tussen een planeet en de zon het kleinst is, de planeet de hoogste snelheid heeft. Dit komt overeen met de tweede wet van Kepler.

Bij de derde wet van Kepler hoort de volgende formule:⁹

$$constante = \frac{T^2}{r^3}$$

T = Omlooptijd (in seconden)

r = Afstand aarde ten opzichte van de zon (in m)

De formule van de derde wet van Kepler kan afgeleid worden met behulp van de formules van de zwaartekracht en van de middelpuntzoekende kracht.

Aangezien de aarde in een baan rond de zon draait, geldt dat de middelpuntzoekende kracht gelijk is aan de gravitatiekracht.

F_g = Gravitatiekracht (in N)

F_{mpz} = Middelpuntzoekende kracht (in N)

G = Gravitatieconstante (= $6,6738 * 10^{11} \text{ N} * \text{m}^2 * \text{kg}^{-2}$)

M = Massa van de zon (in kg)

m = Massa van planeet (in kg)

T = Omlooptijd (in seconden)

v = Omloopsnelheid (in m/s)

r = Afstand aarde ten opzichte van de zon (in m)

$$F_g = G * \frac{m * M}{r^2} \quad \text{en} \quad F_{mpz} = \frac{m * v^2}{r}$$

$$G * \frac{m * M}{r^2} = \frac{m * v^2}{r}$$

$$G * \frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r}$$

$$G * \frac{M}{r} = v^2$$

$$G * M = v^2 * r$$

⁹<https://www.spacepage.be/artikelen/natuurkunde/algemeen/de-wetten-van-kepler>

Voor de baansnelheid geldt:¹⁰ $v = \frac{2\pi * r}{T}$

Hieruit volgt: $G * M = \left(\frac{2\pi * r}{T}\right)^2 * r$

$$G * M = \frac{4\pi^2 * r^2}{T^2} * r$$

$$G * M = \frac{4\pi^2 * r^3}{T^2}$$

$$\frac{G * M}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2}$$

$$\frac{4\pi^2}{G * M} = \frac{T^2}{r^3}$$

Deze uitkomst komt overeen met de formule van de derde wet van Kepler.¹¹

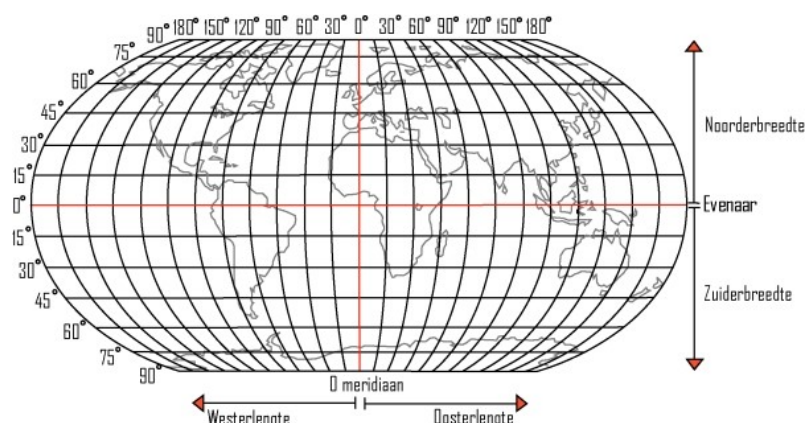
Hieruit volgt dat de aarde en de andere planeten in het zonnestelsel in een ellipsbaan om de zon bewegen.

2.3 Lengte- en breedtegraden

Een manier om plaatsen te bepalen op aarde is door de aardbol te verdelen in vlakken met denkbeeldige lijnen die over de bol lopen.

De evenaar is een denkbeeldige lijn die precies over het midden van de aardbol loopt en verdeelt de aarde in een noordelijk en zuidelijk halfrond. Boven en onder de evenaar lopen meer van deze denkbeeldige lijnen die evenwijdig van elkaar rondom de aarde lopen. De aardbol is rond - wanneer er wordt uitgegaan van een perfecte ronde vorm - waardoor de lengte van de cirkels steeds korter worden naarmate men de top (Noordpool) of het onderste deel van de bol (Zuidpool) nadert. De horizontale lijnen zijn de breedtegraden van de aarde.

De 0°-parallel is de evenaar, de lijn die precies over het midden van de aardbol loopt. De zon, maan en planeten staan loodrecht boven de evenaar op 90°. De hoek die de zon met de aarde maakt, wordt naar de Noord- en Zuidpool toe steeds kleiner.



Afbeelding 8 Lengte- en breedtegraden

¹⁰Binas Tabel 35A

¹¹https://nl.wikipedia.org/wiki/Wetten_van_Kepler

Lengtegraad

Vanaf het punt van de Noordpool worden denkbeeldige verticale lijnen over de aarde getrokken, evenwijdig aan elkaar. Deze lijnen vormen de lengtegraden van de aarde en geven de plaats en tijd aan. Eén lijn geeft dezelfde tijd aan, maar de tijd verschilt per lengtegraad. De lengtegraden komen op de Noord- en Zuidpool steeds dichter bij elkaar, omdat het aardoppervlak daar kleiner wordt.

Breedtegraad

De breedtebepaling kan gedaan worden aan de hand van de positie en de beweging van de sterren aan de hemel. De breedte kan op het noordelijk halfrond onder meer worden bepaald aan de hand van de hoogte van de Poolster. In het ideale geval staat de Poolster op de Noordpool in het zenit, het hoogste punt (op 90° , recht boven de waarnemer) en aan de evenaar aan de horizon (op 0°).

Met bovenstaande indeling wordt de aarde verdeeld in vakjes. Om een duidelijke plaatsbepaling aan te geven, worden de lengte- en breedtegraden benoemd met graden, minuten en seconden.¹²

Plaatsbepaling/navigatie

Het vaststellen van de breedtegraad is vrij eenvoudig. De breedtegraad kan worden bepaald wanneer de hemel helder en onbewolkt is door het waarnemen van de hoogte van de zon of andere hemellichamen ten opzichte van de horizon. Hiervoor kan gebruik worden gemaakt van een sextant. Wanneer men uitgaat van de stand van de Poolster dan komt de breedte bijna overeen met de hoogte die wordt gemeten. Bij andere hemellichamen gebruikt men een nautische almanak. Wanneer de meting niet plaatsvindt tijdens de culminatie (het bereiken van het hoogste punt door een hemellichaam) is ook tijdmeting noodzakelijk.

In de scheepvaart gebruikte men een scheeps- of marinechronometer zodat de plaats van het schip op zee kon worden bepaald en dan vooral de lengtegraad. Voor deze meting was het belangrijk om te weten hoe laat het was in de thuishaven of er werd uitgegaan van de Greenwich-tijd. De tijd van de thuishaven werd dan vergeleken met de lokale tijd.¹³

¹²<https://wetenschap.infonu.nl/diversen/152727-indeling-aarde-in-lengtegraden-en-breedtegraden.html>

¹³<https://nl.wikipedia.org/wiki/Chronometer>

Hoofdstuk 3. Waarom is de aarde rond?

De aarde is rond, omdat dat op verschillende manieren kan worden beredeneerd.

Toch blijven er mensen beweren dat de aarde plat zou zijn. Onlangs kwam in de media naar voren dat er zo'n 150.000 mensen vanuit de wereld bijeen kwamen op een bijeenkomst in Nederland die ervan overtuigd zijn dat de aarde plat is. Overigens denkt 0,9% van de Nederlanders dat de aarde plat is. Deze mensen worden *flat-earthers* genoemd.¹⁴

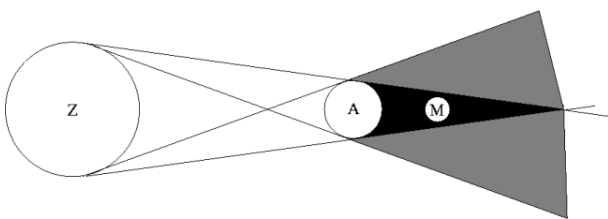
In dit profielwerkstuk wordt ervan uitgegaan dat de aarde rond is.

Een aantal van die manieren kan als volgt worden uitgelegd:

3.1 Maansverduistering

Wanneer er een maansverduistering is, valt er een ronde schaduw van de aarde op de maan.

Bij een maansverduistering staan de zon (Z), de aarde (A) en de maan (M) op één lijn. De maan weerkaatst het licht van de zon naar de aarde, maar bij een maansverduistering schuift de aarde in het midden zodat de maan in de schaduw van de aarde komt. De maan wordt verduisterd. Er is een zwarte schijf te zien - de aarde - met daar omheen een oranje-rode cirkel - de maan. Door het zien van de cirkels kan worden aangenomen dat de aarde rond is.



Afbeelding 9 Maansverduistering

Op afbeelding 9 is het zwarte vlak de kernschaduw. Bij een maansverduistering gaat de maan door de kernschaduw van de aarde. De maan wordt niet helemaal donker, omdat er nog een beetje zonlicht terugkaatst naar de aarde.¹⁵

Wanneer de aarde plat zou zijn, is de kernschaduw kleiner dan de maan en wordt de maan niet helemaal verduisterd. Dit komt doordat de zon een diameter heeft van 700.000 kilometer en groter is dan de maan die een diameter heeft van zo'n 3.476 kilometer.

3.2 Hoogte op de aarde

Hoe hoger men staat op de aarde, hoe verder men kan kijken. Door de kromming van de aarde wordt het zicht ruimer.

3.3 Tijdzones

Doordat er tijdzones zijn, wordt bewezen dat de aarde rond is: in het ene deel van de wereld is het licht, aan de andere kant is het donker. De zon kan maar één kant van de aarde tegelijk verlichten, dus is er een systeem gemaakt met tijdzones.

¹⁴<https://www.telegraaf.nl/nieuws/825353490/de-aarde-is-plat-maar-dat-mogen-we-niet-weten>

¹⁵<https://nl.wikipedia.org/wiki/Maansverduistering>

3.4 Horizon

Schepen verschijnen aan de horizon. Schepen komen langzaam tevoorschijn wanneer men bij het water kijkt, dus de aarde moet rond zijn.

3.5 Sterren

De sterrenhemel is in het noorden anders dan in het zuiden. Wanneer de aarde plat zou zijn, zou iedereen dezelfde sterren zien. Dit is echter niet het geval, dus de aarde moet rond zijn.

3.6 Satellieten

Er zijn veel satellieten nodig dankzij de vorm van de aarde. Als de aarde plat was geweest, waren er minder satellieten nodig.¹⁶

3.7 Ruimte

Op ruimtefoto's is te zien dat de aarde rond is.¹⁷

3.8 Zonsopkomst en zonsondergang

Er is een mogelijkheid om de zon twee keer op te zien komen en twee keer onder te zien gaan. Bij zonsondergang gaat men plat op de buik liggen en wanneer de zon helemaal achter de horizon is verdwenen, springt men op zodat de zon nogmaals onder gaat. Bij zonsopkomst gaat dit op de tegenovergestelde manier: bekijk de zonsopkomst staand en wanneer de zon boven de horizon verschijnt, gaat men snel liggen om de zon nogmaals op te zien komen.¹⁸

3.9 Vlaggetjes

Met vlaggetjes langs een langgerekt kanaal van een aantal kilometer kan de kromming van de aarde worden gezien. Plaats vlaggetjes van dezelfde lengte langs de kade op waterniveau met een bepaalde afstand er tussen. Wanneer men over de vlaggetjes heen kijkt, kan men een kromming van de aarde waarnemen.

3.10 Laserstralen

De laser moet op een bepaald niveau, een zeil van een boot, waterpas worden afgesteld. De hoogte van de laser kan worden gemarkeerd op het zeil. De streep is het herkenningspunt: wanneer de laserstraal hoger komt zodra de boot wegvaart, is deze streep ook hoger te zien op het zeil.

3.11 Telescoop / verrekijker

Stel de telescoop of verrekijker met het hart van de lens tot de bovenkant van het waterniveau af. Zorg ervoor dat het toestel waterpas staat. Bereken met de formule *Hoeveel bolling per kilometer* waar de horizon ligt. Voorbij de horizon kunnen schepen niet meer worden gezien, maar hogere objecten kunnen wel worden waargenomen.¹⁹

¹⁶<https://www.kijkmagazine.nl/mens/flat-earth-cruise/> en [https://nl.wikipedia.org/wiki/Propagatie_\(radio\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Propagatie_(radio))

¹⁷<https://wibnet.nl/heelal/zonnestelsel/aarde/5-tastbare-bewijzen-dat-de-aarde-rond-is>

¹⁸<https://www.quora.com/When-and-how-did-scientists-measure-the-radius-of-the-earth>

¹⁹<https://wetenschap.infonu.nl/diversen/174484-hoe-kun-je-de-bolling-van-de-aarde-uitrekenen-of-aantonen.html>

Hoofdstuk 4. Vroegere berekeningen van de kromming van de aarde - navigatie

(Scheeps)navigatie

Vroeger voeren scheepslieden zo dicht mogelijk langs de kust om hun plaats te kunnen blijven bepalen zolang ze nog land zagen. 's Nachts of wanneer het mistig was, werd dit moeilijker, maar dan konden ze nog varen aan de hand van het zicht op de vuurtorens, de herkenningspunten op het land. Ook werd de koers bepaald aan de hand van de zon en de sterren, maar alleen wanneer het helder weer was. Men voer dan volgens gegist bestek, een navigatiemethode waarbij uit wordt gegaan van het beginpunt, de koers en de tijd die men onderweg is. Door de lengte- en breedtegraad te bepalen, kon men berekenen waar men zich bevond op zee. De breedte kon worden bepaald door de hoek tussen de zon en de horizon te meten wanneer de zon op het hoogste punt stond.²⁰

4.1 Poolster

Ook de Poolster werd gebruikt voor scheepsnavigatie. De Poolster is een ster die dicht bij het verlengde van de aardas staat aan de Noordpool. De Poolster beweegt bijna niet en staat daardoor altijd op dezelfde stand aan de hemel. De hoogte van de Poolster staat bijna gelijk aan de breedtegraad waar vandaan wordt geobserveerd op zee. De uitdrukking 'poolshoogte nemen' komt van het meten met de Poolster.²¹

4.2 Astrolabium

Het astrolabium werd al gebruikt door Al-Biruni in het jaar 1000. Het is een instrument om hoeken mee te meten en de hoogte en de plaats van de zon kon ermee worden berekend.



Afbeelding 10 Astrolabium

4.3 Jacobsstaf

Om de breedtegraad op zee te bepalen, werd ook gebruikgemaakt van de Jacobsstaf, een meetinstrument om hoeken mee te meten. Het is een eenvoudig instrument, een meetstok van circa een meter lang met een schaalverdeling erop. Haaks op de meetstok is een tweede, kortere stok die kan schuiven om een hoek te meten tussen de horizon en het punt waarvan men de hoek wil weten.²²

²⁰<https://nl.wikipedia.org/wiki/Navigatie>

²¹<https://nl.wikipedia.org/wiki/Poolster>

²²<https://nl.wikipedia.org/wiki/Navigatie>



Afbeelding 11 Jacobsstaf

4.4 Kompas

In de 12e eeuw werd het kompas uitgevonden. In het kompas is een magneet bevestigd die door het aardmagnetisch veld wordt aangetrokken en daardoor het noorden aanwijst. Het magnetisch veld wordt veroorzaakt door stroming van magnetische mineralen en elementen in de kern van de aarde.²³ In het aardmagnetisch veld bewegen de elektronen zich van de magnetische zuidpool naar de magnetische noordpool. Deze polen verschillen van de geografische polen. De hoek tussen deze verschillende polen wordt ook wel magnetische declinatie genoemd. Deze magnetische declinatie is niet overal hetzelfde, het hangt af van op welk punt van de aarde men zich bevindt, maar ook op de manier hoe een kompas gebruikt wordt.²⁴ Bij sommige (moderne) middelen worden de polen beïnvloed door het materiaal waarmee gemeten wordt. Wanneer de meetapparatuur uit ijzer of een ander metaal bestaat, heeft dit invloed op de ligging van de polen. Dit heet deviatie.

De magnetische declinatie verandert ook continu, doordat de magnetische polen continu veranderen.

Bij schepen worden kompassen gebruikt om de koers van het schip te bepalen. In het kompas zit een magnetische naald. De noordpool van de naald trekt de magnetische zuidpool van de aarde aan. Er is dus altijd bekend waar het noorden is. De polen worden in het kompas geografisch aangegeven. Doordat de geografische polen verschillen met de magnetische polen, komt het kompas niet overeen met de magnetische polen. Het kompas wijkt af. Deze afwijking wordt rechtgetrokken door middel van de kromming van de aarde.²⁵



Afbeelding 12 Kompas

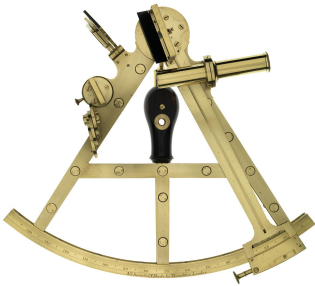
²³https://nl.wikipedia.org/wiki/Aardmagnetisch_veld

²⁴https://nl.wikipedia.org/wiki/Magnetische_declinatie

²⁵<https://wetenschap.infonu.nl/natuurverschijnselen/146161-geografische-polen-en-wisselend-magnetische-polen.html>

4.5 Sextant

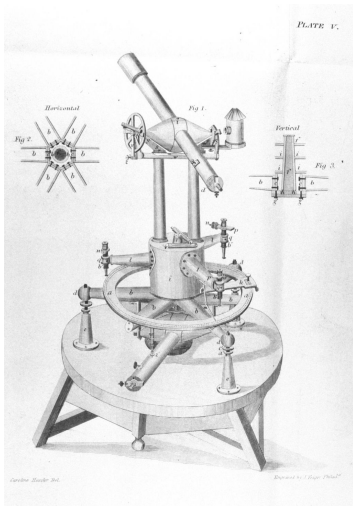
Omstreeks 1730 werd de sextant uitgevonden, een meetinstrument waarmee de verticale hoek tussen bijvoorbeeld de zon en de horizon kan worden gemeten. Aan de hand van de verticale hoek, de datum en de tijd kan de meridiaan worden uitgerekend. De meridiaan is de positie in noord-zuidrichting op aarde. Het astrolabium en de Jacobsstaf werden vervangen door de sextant, omdat de sextant een nauwkeuriger instrument bleek.²⁶ De sextant is een mechanisch hulpmiddel om de hoek te meten door middel van spiegels tussen hemellichamen en de horizon. Verder heeft de sextant het voordeel dat men niet direct in het hemellichaam hoeft te kijken, bijvoorbeeld in de zon.



Afbeelding 13 Sextant

4.6 Theodoliet

Met een theodoliet kunnen horizontale en verticale hoeken nauwkeurig worden gemeten. Het meetinstrument wordt gebruikt in de landmeetkunde. Het is een soort kijker die om een verticale en een horizontale as draait. Op de assen is een systeem aangebracht dat de waarde van de hoek kan aflezen. Met een oude theodoliet, een optisch-mechanisch toestel, worden de hoeken gemeten met een ringvormige glasplaat met daarop een verdeling. De waarde van de hoek kan worden gelezen door middel van een index en een afleesrichting, soms ook met een microscoop.²⁷



Afbeelding 14 Theodoliet

²⁶[https://nl.wikipedia.org/wiki/Sextant_\(navigatie\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Sextant_(navigatie))

²⁷<https://nl.wikipedia.org/wiki/Theodoliet>

Hoofdstuk 5. Hedendaagse berekeningen van de kromming van de aarde

Om de kromming van de aarde te berekenen, is een aantal gegevens nodig: de straal en diameter van de aarde, de afstand tot de horizon, hoeveel bolling is er per kilometer en de hoogte waarvan de kromming van de aarde moet worden gemeten.

De diameter van de aarde is gemiddeld 12.742 kilometer met een straal van 6371 kilometer.

Naast berekeningen zijn er andere manieren om de kromming van de aarde aan te tonen:

5.1 Satellietgeodesie

Om de afmetingen en de vorm van de aarde te bepalen, wordt gebruikgemaakt van kunstmatige satellieten. De gegevens die de satellieten opleveren worden toegepast voor onder andere navigatie en het bepalen van posities van objecten, omdat het om nauwkeurige metingen gaat.

In 1957 werd de Sputnik gelanceerd die de nauwkeurige afvlakking van de aarde kon bepalen.

In de jaren '80 ontwikkelden de Verenigde Staten het GPS-systeem en vanaf dat moment werd satellietgeodesie ingezet bij landmeetkundige technieken. Het GPS-systeem bestaat uit 31 satellieten die ieder op hetzelfde moment tabellen met informatie uitzenden over de positie van de satelliet.

Er zijn meerdere technieken van satellietgeodesie:

5.1.1 Van aarde naar ruimte-methode

Van aarde naar ruimte-methode: observatie vanaf aarde naar de ruimte.

Een voorbeeld hiervan is GPS. Op aarde staan grondstations die de werking van de satellieten controleren en corrigeren. De satellieten sturen continu informatie door over locatie, datum en tijd. De GPS-ontvanger (mobiele telefoon / computer) weet waar hij zich bevindt door de informatie van de satelliet zodat plaatsbepaling nauwkeurig te meten is. Er zijn 24 satellieten die in 6 vaste banen rond de aarde zweven. De GPS in bijvoorbeeld de mobiele telefoon stuurt signalen naar de satellieten en de satellieten sturen signalen terug. Wanneer men in verbinding staat met 4 functionerende satellieten kan de plaats van de mobiele telefoon op aarde worden bepaald op circa 30 centimeter nauwkeurig.²⁸

Afbeelding 15
GPS-satellieten



5.1.2 Laser

Ook met lasertechniek kunnen nauwkeurige metingen worden gedaan. Door middel van een wereldwijd netwerk van waarnemingsstations worden bij satellietlaserafstemming (SLR) de lichtpuls van satellieten met retroreflectoren gemeten. Deze metingen zijn nauwkeurig tot op de millimeter om aardrotaties, coördinaten en snelheden van SLR-stations vast te leggen. Deze lasertechniek is momenteel de meest nauwkeurige techniek om metingen te verrichten.

5.1.3 Doppler-techniek

De Doppler-techniek wordt ook gebruikt om metingen uit te voeren met betrekking tot de afmeting en de vorm van de aarde. Dit gebeurt door het verschuiven van een radiosignaal - dat een stabiele frequentie heeft en dat door een satelliet wordt uitgezonden - wanneer de satelliet de waarnemer herkent. Zodra de waarnemer de baan van de satelliet kent, bepaalt de opname van het Doppler-profiel de positie van de waarnemer.

5.1.4 Van ruimte naar aarde-methode

Van ruimte naar aarde-methode: de satelliet heeft een sensor om de aarde te observeren.

Met een radarhoogtemeter wordt de tijd van een microgolfpuls tussen de satelliet en de aarde gemeten om de afstand tussen de satelliet en de aarde te bepalen.

5.1.5 Van ruimte naar ruimte-methode

Van ruimte naar ruimte-methode: satellieten volgen en observeren elkaar.

Dit is een techniek dat twee satellieten elkaar volgen in een baan om de aarde om gravitatieverschillen op aarde te kunnen meten. Wanneer de voorste satelliet versnelt vanwege een verhoogde gravitatie op de aarde (bijvoorbeeld een berg) ten opzichte van de achterste satelliet dan worden deze verschillen gemeten door andere satellieten die de verschillen bepalen tussen deze twee satellieten. Hiermee worden de gravitatieverschillen van de aarde in kaart gebracht, project GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment).^{29 30}

²⁹https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite_geodesy

³⁰https://en.wikipedia.org/wiki/GRACE_and_GRACE-FO

Hoofdstuk 6. Toepassingen kromming en omtrek van de aarde

6.1 Mercatorprojectie

Hoe kan de aardbol worden afgebeeld op een plat vlak als op een kaart?

De Vlaamse cartograaf Gerardus Mercator liet dit zien in 1569 door het maken van kaarten met hoekgetrouwe afbeeldingen. De hoeken op de aardbol zijn hierbij gelijk aan de overeenkomstige hoeken op de kaart. Met de kaartprojectie wordt de oppervlakte van de aarde - die gekromd is - weergegeven op een vlakke kaart. Deze projectie wordt ook hoekgetrouwe cilinderprojectie genoemd: alle lengtecirkels staan loodrecht op de breedtecirkels. Normaal gesproken geven weergaves op kaarten oppervlaktevervalsing van de aarde aan, omdat het heel moeilijk is om alle verhoudingen precies weer te geven. Hoe verder de gebieden van de evenaar vandaan liggen, hoe groter ze worden afgebeeld op een kaart. Ook de routes op de kaart kloppen in verhouding niet: er wordt geen rechte lijn gevormd tussen twee punten waardoor er vervorming optreedt door de hoek, afstand, oppervlakte of vorm. Bij de cilindrische projectie van Mercator zijn deze vervormingen minimaal, hoewel de continenten niet op ware grootte stonden afgebeeld.

De wereldkaart *Nova et aucta orbis terræ descriptio ad usum navigantium emendate accommodata* die Mercator maakte, was een projectie zonder hoekvervalsing. Omdat Mercator een bruikbare kaart voor de scheepvaart wilde maken, hield hij rekening met de kompasrichtingen die gelijk waren aan de werkelijkheid. Hij moest hierbij wel gebruikmaken van hoekgetrouwe projectie.³¹ Op Mercators kaarten worden de breedtecirkels naar de polen opgevuld en de meridianen worden evenredig verlengd waardoor de afbeeldingen op de kaarten goed zijn. Het grootste voordeel van deze kaarten is dat de koerslijn een rechte lijn is en de hoeken kloppen. Tot op de dag van vandaag worden de kaarten van Mercator in de scheepvaart gebruikt.³²



Afbeelding 16 Kaart van Mercator

³¹https://nl.wikipedia.org/wiki/Gerard_Mercator#Wandkaarten

³²<http://www.deruyter.org/uploads/media/Innovator-scheepsbouw%20navigatie.pdf>

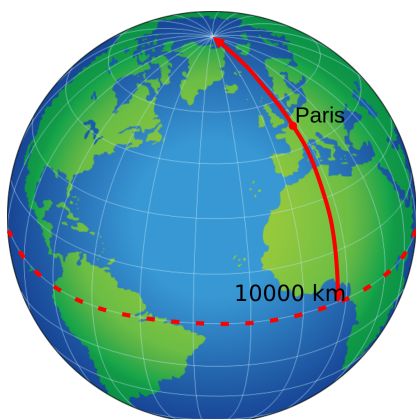
Het is niet precies bekend hoe Mercator op zijn projectie is gekomen. Eerst zijn de lengtegraden rechtgetrokken waardoor ze niet samenkomen bij de Noord- en Zuidpool. De lengtegraden zijn evenwijdig aan elkaar met iedere keer dezelfde afstand ertussen. De oppervlakte van de aarde met zeeën, oceanen en landen worden door de evenwijdige lengtegraden uitgerekte in de breedte en daardoor ontstaat vervorming van de kaarten. Om vervorming te voorkomen, moet de afstand tussen de breedtegraden worden vergroot. Hoe verder het gebied van de evenaar af ligt, hoe groter. De kaarten van Mercator klopten qua verhoudingen niet helemaal, maar de kompasrichtingen vormen altijd rechte lijnen.

6.2 Meridiaan

Meridianen zijn denkbeeldige lijnen die over de aarde lopen van pool naar pool. Deze lijnen staan haaks op de evenaar. Omdat er veel meridianen zijn, wordt bij het maken van berekeningen uitgegaan van slechts één meridiaan, de nulmeridiaan, voor het bepalen van de geografische coördinaten.

In de tijd van Lodewijk XIV (1643 - 1715) werd er veel geïnvesteerd in de Franse zeevaart en daarvoor was het belangrijk dat er juiste berekeningen werden gemaakt met betrekking tot de geografische coördinaten om plaats te kunnen bepalen. Astronomie speelde daarin een grote rol en daarom werd het Observatorium van Parijs gebouwd waar berekeningen konden worden gemaakt van lengtegraden en waar astronomische tabellen konden worden bekeken. Dwars door het observatorium werd een lijn van noord naar zuid gezet en tot 1914 werd deze lijn zo'n 250 jaar gebruikt als nulmeridiaan.

Lodewijk XIV hield zich eveneens bezig met het berekenen van de oppervlakte van Frankrijk en gaf wetenschappers de opdracht om het land op te meten. Dit gebeurde door gebruik te maken van landmeetkunde waarbij de Nederlander Willebrord Snel van Royen (Snellius) een techniek ontdekte met een driehoeksmeting. Bij een driehoeksmeting wordt gebruikgemaakt van berekeningen uit de goniometrie en dan vooral de sinusregel. Daarna werden meerdere stukken land gemeten door middel van driehoeksmetingen waardoor in 1744 de eerste kaart van Frankrijk ontstond. In de decennia daarna werden de kaarten steeds gedetailleerder.³³



Afbeelding 17 De meter gedefinieerd:
het tien miljoenste deel van de halve
Meridiaan van Parijs

³³https://nl.wikipedia.org/wiki/Meridiaan_van_Parijs

De meter, waar huidige berekeningen mee worden gemaakt, is afgeleid van de meridiaan van Parijs: in 1795 werd de meter gedefinieerd als het tien miljoenste deel van de halve meridiaan van Parijs. De meter wordt vandaag de dag gebruikt als lengtemaat, maar deze maat wordt pas sinds 1983 gedefinieerd. De definitie van de meter is in de loop van de tijd al meerdere keren veranderd, omdat wetenschappers hun visies telkens bijstellen. De lengtemaat meter is gewijzigd in een nieuwe definitie waarbij deze op een eenduidige manier kan worden vastgesteld die niet aan verandering onderhevig is en nauwkeuriger vast te stellen is. De huidige definitie van de meter is bepaald op 20 oktober 1983: de afstand die licht in een vacuüm aflegt in een tijd van $1/299.792.458^e$ deel van een seconde.³⁴

6.3 Geodesie

Geodesie is een wetenschapsvorm die zich bezighoudt met het opmeten van de vorm van de aarde en het opmeten van delen van de oppervlakte van de aarde. Landmeetkunde is een onderdeel van geodesie en houdt zich bezig met de meetkundige beschrijving van stukken land. Bij landmeetkundige metingen wordt geen rekening gehouden met de kromming van de aarde, zoals bij het maken van bijvoorbeeld plattegronden.³⁵

6.4 Geostationaire baan: definitie en vaststelling

De geostationaire baan is een baan rond de aarde waarin een satelliet meebeweegt met de aarde. De satelliet lijkt echter stil te staan ten opzichte van de oppervlakte van de aarde. Een satelliet is dan een geostationaire satelliet. De duur van het ronddraaien van deze geostationaire baan is 23 uur, 56 minuten en 4,1 seconde. Dit is gelijk aan de rotatie van de aarde. De baan staat 35.786 kilometer boven zeeniveau en recht boven de evenaar of 42.164 kilometer boven het middelpunt van de aarde.

De satelliet blijft in een baan rond de aarde draaien door de aantrekkingskracht / gravitatiekracht van de aarde. De snelheid van de satelliet en de gravitatiekracht moeten goed op elkaar zijn afgestemd om de satelliet in de geostationaire baan te houden. Wanneer de satelliet te langzaam draait, valt ze op de aarde. Wanneer de satelliet te snel draait, vliegt ze weg van de aarde, de ruimte in.

Geostationaire satellieten worden gebruikt voor weer- en communicatiesatellieten.³⁶

Hieronder is een berekening uitgewerkt op welke hoogte de satelliet moet hangen in de geostationaire baan boven de aarde. Met deze berekening kan worden aangetoond dat de satelliet ronddraait met de aarde en dat bewijst dat de aarde rond is.

³⁴<https://nl.wikipedia.org/wiki/Meter>

³⁵<https://delftacademicpress.nl/bij/a028extract.pdf>

³⁶https://nl.wikipedia.org/wiki/Geostationaire_baan

Berekening geostationaire baan

Legenda

F_g = Gravitatiekracht (in N)

F_{mpz} = Middelpuntzoekende kracht (in N)

G = Gravitatieconstante (= $6,6738 * 10^{11} \text{ N} * \text{m}^2 * \text{Kg}^{-2}$)

M = Massa van de aarde (in kg)

m = Massa van satelliet (in kg)

T = Omlooptijd (in seconden)

v = Omloopsnelheid (in m/s)

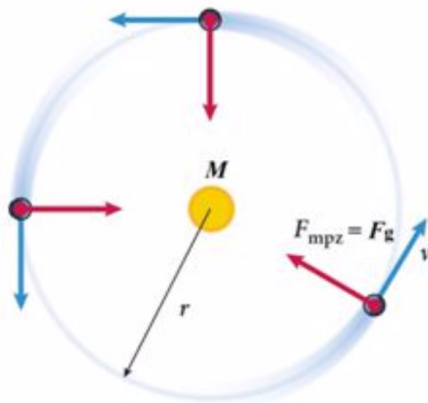
$r = r_{aarde} + x$

r_{aarde} = Straal van de aarde (in meter)

x = Hoogte geostationaire baan t.o.v. aardoppervlak

Model

De satellieten bewegen zich in een baan rond de aarde, dus geldt: $F_g = F_{mpz}$



Afbeelding 18
Satellieten in een
baan rond de aarde

Uitwerking

$$F_g = G * \frac{m * M}{r^2} \quad \text{en} \quad F_{mpz} = \frac{m * v^2}{r}$$

$$G * \frac{m * M}{r^2} = \frac{m * v^2}{r}$$

$$G * \frac{M}{r} = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{G * M}{r}}$$

$$\text{Voor de omloopsnelheid geldt: } v = \frac{2 * \pi * r}{T}$$

dus:

$$\frac{2 * \pi * r}{T} = \sqrt{\frac{G * M}{r}}$$

$$\left(\frac{2 * \pi * r}{T} \right)^2 = \frac{G * M}{r}$$

$$\frac{4 * \pi^2 * r^2}{T^2} = \frac{G * M}{r}$$

$$4 * \pi^2 * r^2 * r = G * M * T^2$$

$$4\pi^2 * r^3 = G * M * T^2$$

$$r^3 = \frac{G * M * T^2}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G * M * T^2}{4\pi^2}}$$

$$G = 6,6726 * 10^{-11} \text{ N} * \text{m}^2 * \text{kg}^{-2}$$

$$M = 5,972 * 10^{24} \text{ kg}$$

$$T = 24h = 86400s$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G * M * T^2}{4\pi^2}}$$

$$r \approx \sqrt[3]{\frac{6,6726 * 10^{-11} N * m^2 * kg^{-2} * 5,972 * 10^{24} kg * 86400 s^2}{4\pi^2}}$$

$$r \approx \sqrt[3]{7,53 * 10^{22}}$$

$$r \approx 4,22 * 10^7 m$$

$$r = r_{aarde} + x$$

$$4,22 * 10^7 m \approx 6,371 * 10^6 m + x$$

$$x \approx 35866 * 10^3 m$$

$$x \approx 35866 km$$

De geostationaire baan bevindt zich 35.866 km boven het aardoppervlak. ^{37 38}

³⁷ Newton, natuurkunde voor de bovenbouw 5 vwo, B. Blok et al., hoofdstuk 10

³⁸ Gegevens (G: zie Binas tabel 7A, M: zie Binas tabel 31)

Hoofdstuk 7. Onderzoeksverslag berekening kromming van de aarde

7.1 Inleiding

De aarde is rond, maar daar merken we niets van in ons dagelijks leven.

Toch gaan de meeste mensen ervan uit dat de aarde rond is en daar zijn dan ook verschillende bewijzen voor geleverd.

Het is de vraag of de kromming van de aarde op een eenvoudige manier te beredeneren en te berekenen is. Om hier achter te komen, wordt een aantal onderzoeken uitgevoerd.

Onderzoek 2 wordt uitgevoerd in Almere, op de IJmeerdijk.

Voor deze locatie is gekozen, omdat op deze plek de zonsondergang duidelijk te zien is en omdat er voldoende ruimte is voor metingen.

Voor onderzoek 4 is gekozen voor een Theodolite App. Met deze app kunnen op een eenvoudige manier hoeken worden berekend ten opzichte van de horizon.

Onderzoek 1 Eratosthenes

Onderzoek 1 is het Eratosthenes-experiment. Het onderzoek wordt gedaan op 2 verschillende locaties. Er wordt op beide locaties een stok van 1,5 à 2 meter verticaal in de grond geplaatst en aan de hand van de stand van de zon wordt de hoek van de schaduw berekend. Zonnestrallen vallen evenwijdig van elkaar op de aarde. De as van de aarde staat schuin en dus komen de stralen van de aarde anders op de verschillende plekken van de aarde terecht.



Afbeelding 19 Zonnestrallen vallen evenwijdig op de aarde

Onderzoek 2 Straal van de aarde

De straal van de aarde kan bij benadering worden berekend door gebruik te maken van een stopwatch terwijl wordt gekeken naar de ondergaande zon.

Onderzoek 3 Gradenboog

Met behulp van een gradenboog kan de hoek worden gemeten tussen de grond en een gebouw.

Onderzoek 4 Theodolite App

Door gebruik te maken van de Theodolite App kunnen horizontale en verticale hoeken worden gemeten. De app is een combinatie van een kompas, clinometer, GPS, kaart, navigatiecalculator en een filmcamera. Met de app kunnen zeer nauwkeurig coördinaten op de aarde worden bepaald, hoeken worden gemeten en er kan een gedetailleerd beeld worden gemaakt om bepaalde gebieden duidelijk in kaart te brengen. Om aan te tonen dat de aarde rond is, worden hoeken op verschillende hoogtes gemeten; hoe hoger wordt gemeten, hoe groter de hoek moet zijn.

7.2 Onderzoeksvraag en hypothese

Met de onderzoeken die worden uitgevoerd, wordt geprobeerd om de omtrek van de aarde te berekenen. Ook wordt geprobeerd om aan te tonen dat de aarde rond is. Er zijn verschillende manieren om de omtrek van de aarde uit te rekenen, maar bij de onderzoeken die voor dit profielwerkstuk zijn uitgevoerd, is gekozen voor de manieren die op vrij eenvoudige wijze en met weinig middelen uitvoerbaar waren.

Hypothese

De hypothese luidt: de omtrek van de aarde kan vrij nauwkeurig worden berekend met behulp van minimale middelen en wiskundige berekeningen.

Onderzoek voor de onderbouwing van de hypothese

Er zijn verschillende onderzoeken uitgevoerd om aan te tonen dat de aarde rond is.

Onderzoek 1 is niet uitgevoerd, omdat met minimale middelen een meting moet worden verricht. Voor onderzoek 1 zijn grote afstanden nodig en dat was niet haalbaar.

Onderzoek 2 is uitvoerig en op meerdere tijdstippen uitgevoerd. Met dit onderzoek moet worden aangetoond dat de aarde een ronde vorm heeft.

Wanneer de aarde plat zou zijn, verdwijnt de zon achter de horizon wanneer de proefpersonen liggen. Wanneer de proefpersonen opstaan, zou de zon (bij een platte aarde) niet meer te zien zijn.

Het bewijs dat de aarde rond is, wordt geleverd doordat de zon nog steeds te zien is wanneer hij achter de horizon verdwijnt wanneer de proefpersonen liggen en wanneer ze weer opstaan. Door de kromming van de aarde blijft de zon zichtbaar op een hogere afstand (wanneer de proefpersonen staan).

Onderzoek 3 is niet uitgevoerd in verband met de tijd. Onderzoek 2 en onderzoek 4 zijn zodanig uitgebreid dat onderzoek 3 niet meer haalbaar was om uit te voeren.

Onderzoek 4 is uitgevoerd met de Theodolite App.

Door het meten van hoeken op verschillende hoogtes wordt aangetoond dat de aarde rond is: hoe hoger de meting wordt gedaan, hoe groter de hoek. Wanneer de aarde plat zou zijn, is de hoek overal hetzelfde.

Onderzoeksvraag:

De onderzoeksvraag om de hypothese te onderbouwen is:

- *Hoe wordt de omtrek van de aarde berekend?*

Deelvragen:

De deelvragen die in het onderzoek gesteld worden, zijn:

- *Op welke manier kan worden aangetoond dat de aarde rond is?*
- *Hoe berekende men de omtrek van de aarde vroeger?*
- *Hoe wordt de omtrek van de aarde tegenwoordig berekend?*
- *Wat is het nut van deze toepassingen vroeger en tegenwoordig?*

7.3 Materiaal en methodeMateriaal onderzoek 1 Eratosthenes:

- Stok van 1,5 à 2 meter
- Waterpas
- Meetlint
- Telefoon met camera (foto's maken tijdens experiment)
- Notitieblok
- Pen

Materiaal onderzoek 2 Straal van de aarde:

- Stopwatch
- Telefoon met camera (foto's maken tijdens experiment)
- Notitieblok
- Pen

Materiaal onderzoek 3 Gradenboog:

- Gradenboog / clinometer
- Plakband
- Rietje
- Draadje van minimaal 10 cm.
- Gewichtje
- Telefoon met camera (foto's maken tijdens experiment)
- Notitieblok
- Pen
- Rekenmachine

Materiaal onderzoek 4 Theodolite App:

- Telefoon met Theodolite App

Methode onderzoek 1 Eratosthenes:

Bepaal de kromming van de aarde door berekeningen van de hoek van de schaduw.

Stappenplan onderzoek 1 Eratosthenes:

1. Plaats de stok in de aarde op een open plek in Almere.
2. Zet de stok verticaal en waterpas.
3. Meet de lengte van de schaduw om 12:00 uur 's middags.
4. Noteer plaats, tijdstip en lengte van de schaduw.
5. Maak foto's van de schaduw.
6. Herhaal de meting ieder kwartier gedurende 1 uur.
7. Herhaal bovenstaande stappen 1 t/m 6 om 12:00 uur 's middags in Stockholm.

Methode onderzoek 2 Straal van de aarde:

1. Ga naar de waterkant op een tijdstip dat de zon bijna onder gaat (datum, tijd)
2. Ga in het gras liggen en kijk naar de ondergaande zon.
3. Zodra het bovenste deel van de zon achter de horizon verdwijnt, wordt de stopwatch ingedrukt.
4. Spring zo snel mogelijk omhoog.
5. De zon is nu weer zichtbaar achter de horizon.
6. Zodra de zon weer achter de horizon verdwijnt, wordt de stopwatch stilgezet.
7. Bereken de straal van de aarde met behulp van het aantal seconden en de lengte van de persoon die het experiment heeft uitgevoerd.

Methode onderzoek 3 Gradenboog:

1. Pak een gradenboog.
2. Plak aan de rechte zijde van de gradenboog een rietje met de lange zijde langs de gradenboog. Gebruik hiervoor plakband.
3. Steek een stukje draad door het gaatje van de gradenboog. Het gaatje zit in het midden van de rechte zijden van de gradenboog.
4. Hang een gewichtje aan de onderkant van het stukje draad.

Stappenplan onderzoek 3 Gradenboog:

1. Ga naar een hoog gebouw dat op een plek staat met ruimte er omheen.
2. Kijk door het rietje naar het hoogste punt van het gebouw waarbij de gradenboog onder het rietje hangt.
3. Wanneer het gewichtje aan het stukje draad stil hangt, kan het aantal graden van de gradenboog worden afgelezen.
4. Bereken de hoek van het middelste deel van de gradenboog (90°) en het aantal graden dat het stukje draad aangeeft.
5. Bereken de tangens van de hoek.
6. Meet de afstand tot het gebouw door het nemen van stappen van ongeveer 1 meter.
7. Maak een berekening van de hoogte van het gebouw.

Methode onderzoek 4 Theodolite App:

1. IJk de Theodolite App naar de horizon.
2. Ga op een hoog gebouw staan / ga in een vliegtuig zitten.
3. Zet de Theodolite App op de telefoon aan.
4. Richt de Theodolite App naar de horizon.
5. Stel de Theodolite App waterpas in op de horizon.
6. Maak een foto van de metingen die de Theodolite App laat zien.

Hierin wordt het hoekverschil zichtbaar tussen de ijkhorizon van punt 1 en de meting op een hoog punt. De app geeft de hoogte, datum en tijd, de breedte- en lengtegraad en het gebruikte geodetische systeem / coördinatenreferentiesysteem WGS 84 (World Geodetic System 1984) weer.

7.4 Resultaten

Resultaten onderzoek 1 Eratosthenes

Er zijn geen resultaten van onderzoek 1, omdat dit onderzoek niet is uitgevoerd.

Resultaten onderzoek 2 Straal van de aarde

De onderzoeken zijn op verschillende dagen uitgevoerd om te proberen een optimaal resultaat te behalen.

31 mei 2019: Op locatie was het bewolkt waardoor de horizon niet duidelijk te zien was. Er hing een wolkenband vlak boven de horizon. Het experiment kon niet worden uitgevoerd.

3 juni 2019: Dezelfde locatie als op 31 mei 2019 is bezocht. De horizon was te zien, maar er hing een oranje gloed rond de zon waardoor het niet helemaal duidelijk was wanneer de hele zon achter de horizon verdween. Het was half bewolkt met een zicht van 44 km. Het experiment is uitgevoerd met 2 personen: 1 persoon van 1.89 m en 1 persoon van 1.70 m.

28 juni 2019: Dezelfde locatie is bezocht op de dijk aan het IJmeer. De horizon was goed te zien, het onderzoek van het verdwijnen van de zon achter de horizon is gelukt. De resultaten staan hieronder uitgewerkt.

Uitwerking resultaten onderzoek 2

Legenda

r = Straal van de aarde

t = Tijd (in seconde)

H = Hoogte van meting (in meter)

θ = Hoek (in graden)

Model

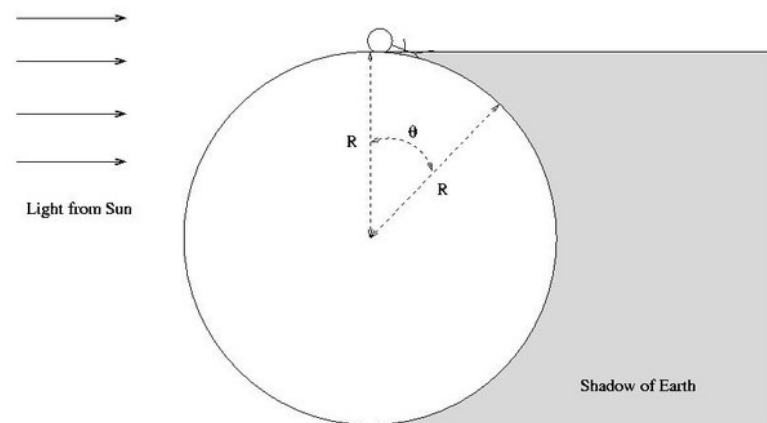
Dankzij het gegeven dat de aarde in 24 uur tijd met haar as om de zon heen draait en wanneer de lengte van een persoon bekend is, is het hierdoor mogelijk om de straal van de aarde te meten. Dit kan door het tijdsverschil van de zonsopkomst of zonsondergang te meten.

De aarde draait in 24 uur rond (= 86400 seconden). Zij is dan 360° gedraaid. Hoeveel de aarde is gedraaid na een bepaalde tijd is uit te rekenen met behulp van de volgende formule:

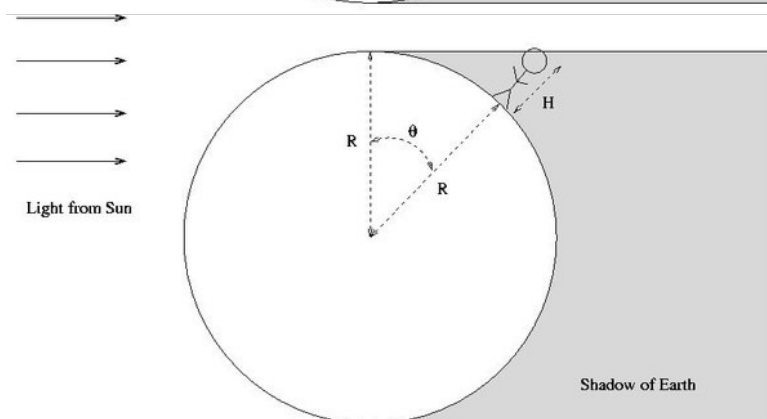
$$\theta = \frac{t}{86400s} * 360^\circ$$

De aarde is in t seconden met een hoek van θ° gedraaid.

$$\cos(\theta) = \frac{r}{r + H}$$



Afbeelding 20 Meting straal van de aarde met liggend persoon

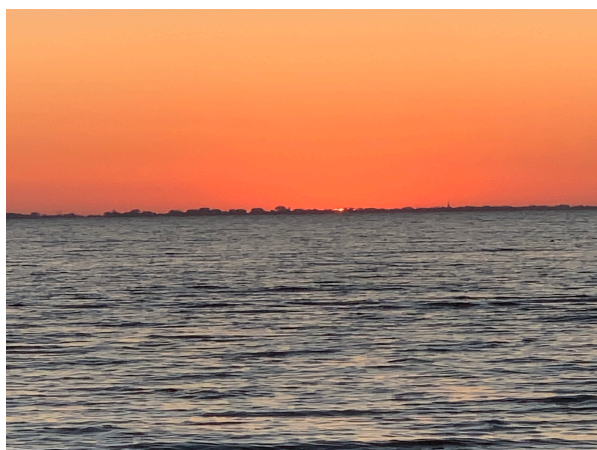


Afbeelding 21 Meting straal van de aarde met staand persoon

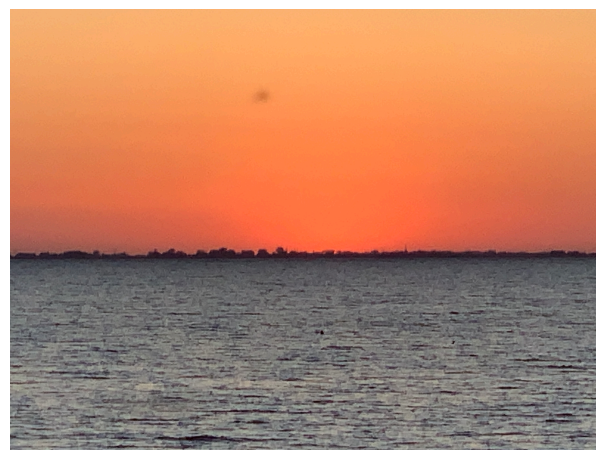
Tijd laag meting 1 (afbeelding links): 22:05:13:492

Tijd hoog meting 2 (afbeelding rechts): 22:05:31:272

Het verschil tussen de foto's is 17,78 seconden.



Afbeelding 22 Zonsondergang meting laag



Afbeelding 23 Zonsondergang meting hoog

Berekening

$$\theta = \frac{t}{86400s} * 360^\circ$$

$$\theta = \frac{17,78s}{86400s} * 360^\circ$$

$$\theta = 0,07408333...\circ$$

De aarde is in 17,78 seconden met een hoek van $0,07408333...\circ$ gedraaid.

$$\cos(\theta) = \frac{r}{r + H}$$

$$r = \cos(\theta) * (r + H)$$

$$r = \cos(\theta)r + \cos(\theta)H$$

$$r - \cos(\theta)r = \cos(\theta)H$$

$$r * (1 - \cos(\theta)) = \cos(\theta)H$$

$$r = \frac{H * \cos(\theta)}{1 - \cos(\theta)}$$

$$H = 1,89 \text{ m en } \theta = 0,07408333...^\circ$$

$$r = \frac{1,89 * \cos(0,07408333...)}{1 - \cos(0,07408333...)}$$

$$r \approx 2260974,856 \text{ m}$$

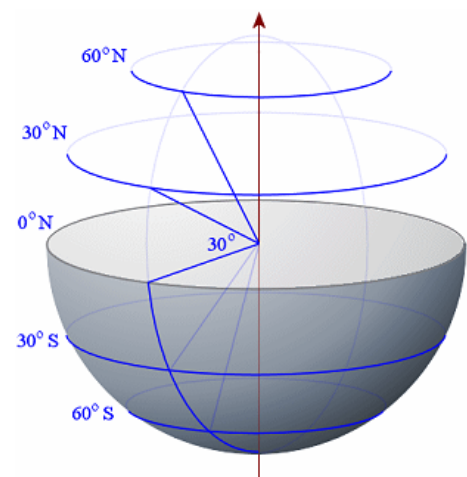
$$r \approx 2260,974856 \text{ Km}$$

$$\text{Omtrek aarde} = 2\pi * r$$

$$\text{Omtrek aarde} = 2\pi * 2260,974856 \text{ km}$$

$$\text{Omtrek aarde} \approx 14206,124 \text{ km}$$

Afbeelding 24 Breedtegraden



Bij nader inzien is gebleken dat niet de straal van de lengtegraad van de aarde werd berekend, maar de straal van de breedtegraad. Bij dit onderzoek is namelijk gebruikgemaakt van de zon. De zon beweegt vanaf het perspectief van de aarde van oost naar west. Vandaar dat de omtrek van dit onderzoek niet overeenkomt met de omtrek van de aarde gemeten over de lengtegraad van de aarde. In de bron wordt dus een fout gemaakt.

De zon draait nooit precies op dezelfde hoogte van de baan van de breedtegraad waar Almere zich op bevindt. De metingen met de zon zijn schuin gemeten, waardoor de berekeningen niet kloppen.

Bij de metingen is de straal gemeten van de breedtegraad van de locatie van de meting.

In deze situatie is de omtrek van de breedtegraad bij de evenaar het grootst ($\theta = 0^\circ$):

$$\text{Omtrek aarde over breedtegraad} = 2\pi * r * \cos(0)$$

$$\text{Omtrek aarde over breedtegraad} = 2\pi * r$$

De omtrek is bij beide polen het kleinst ($\theta = 90^\circ$):

$$\text{Omtrek aarde over breedtegraad} = 2\pi * r * \cos(90)$$

$$\text{Omtrek aarde over breedtegraad} = 0$$

Verder houdt dit in dat wanneer de hoek 90° nadert de omtrek van de breedtegraad steeds kleiner wordt.

Vanuit deze gegevens valt dan de volgende formule af te leiden om de omtrek van de breedtegraad van de aarde op elk punt van de aarde te meten:

$$\text{Omtrek aarde over breedtegraad} = 2\pi * r * \cos(\alpha)$$

Resultaten onderzoek 3 Gradenboog

Er zijn geen resultaten van onderzoek 3, omdat dit onderzoek niet is uitgevoerd.

Resultaten onderzoek 4 Theodolite App

Legenda

r_v = Straal van de aarde (in voet)

r = Straal van de aarde (in km)

h = hoogte (in voet)

β = hoek t.o.v. horizon (in graden)

Model

De Theodolite App meet de volgende variabelen:

1. Datum en tijd.
2. Hoogte.
3. Geografische coördinaten.
4. Hoekverschil tussen hoogte vliegtuig en gekalibreerde horizon.

Dit wordt door de waarnemer bepaald met behulp van de iPhone en de Theodolite App.

$$r_v = \frac{h * \cos(\beta)}{1 - \cos(\beta)}$$

$$r_v = h * \frac{\cos(\beta)}{1 - \cos(\beta)}$$

$$r_v = h * \frac{\cos(\beta)/\cos(\beta)}{(1 - \cos(\beta))/\cos(\beta)}$$

$$r_v = h * \frac{1}{\cos(\beta)^{-1} - 1}$$

$$(\sec(\beta) = \frac{1}{\cos(\beta)})$$

$$r_v = h * \frac{1}{\sec(\beta) - 1}$$

$$r_v = \frac{h}{\sec(\beta) - 1}$$

$$r = (\frac{h}{\sec(\beta) - 1})/3280,8 \text{ (Omrekenen van voet naar km)}$$

Resultaten en berekening onderzoek 4 Theodolite App

Tabel 1 geeft de resultaten weer van de vlucht van Schiphol naar Göteborg op 23 juli 2019.

Tijd	Hoogte (in voet)	β (in graden)	Straal aarde in km
10:09:06	9032	1,9	5007,39705898687
10:13:07	25548	2,8	6522,63058532639
10:13:25	25929	2,9	6171,31897043641
10:14:04	26655	2,6	7892,27158981603
10:14:20	26854	2,3	10160,3141673941
10:14:47	27314	3,3	5020,80077957601
10:21:29	27500	3,2	5375,77563925446
10:21:42	27500	3,0	6116,24552635254
10:21:57	27500	3,2	5375,77563925446
10:34:18	27500	2,6	8142,46740648812
10:34:47	27500	1,3	32565,6780355526
10:35:35	27500	3,7	4021,38524555291
10:36:29	27500	2,8	7020,99346706105
10:36:48	27500	2,2	11371,9828349769
10:38:24	27500	2,5	8806,77872767975

Gegevensanalyses

Gegevensanalyse 1: Beschrijving van de meetgegevens en -resultaten.

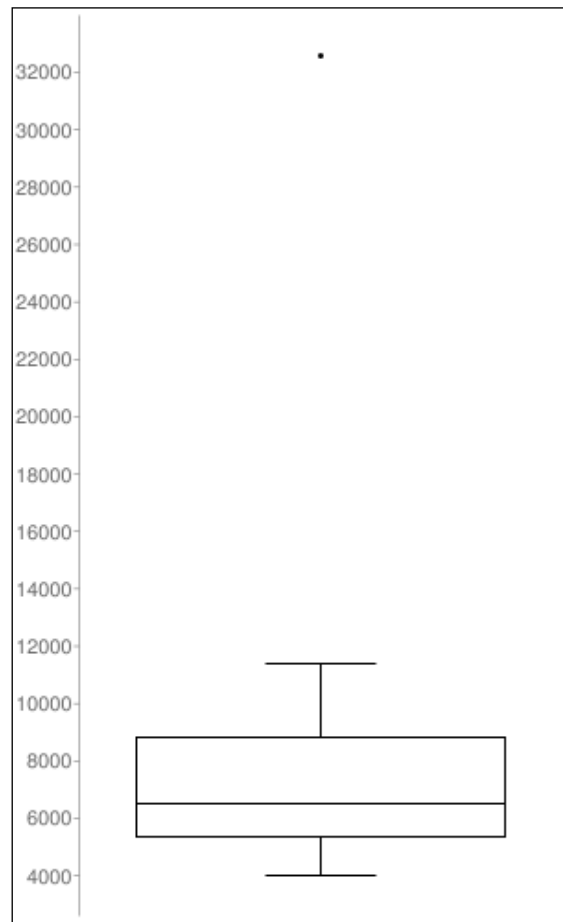
1. Vrij snel nadat het vliegtuig is opgestegen, is gestart met de metingen.
2. Aan de tijdstippen en hoogte is te zien dat het vliegtuig aan het stijgen is.
Vanaf tijdstip 10:21:29 vliegt het vliegtuig horizontaal.
3. De metingen hangen af van de nauwkeurigheid van de iPhone, de gebruikte Theodolite App en hoe goed de waarnemer meet. Om fouten te voorkomen, wordt een aantal metingen gedaan. De meetresultaten worden dan onderzocht en wiskundig bewerkt. Hierbij zal verder bepaald worden of met het gemiddelde of de mediaan gerekend zal worden.
4. Hoe hoger het vliegtuig vliegt, hoe groter de hoek met de horizon moet worden.
Een waarde die als uitschieter kan worden gezien, is op het tijdstip 10:34:47 met als uitkomst een straal van 32565,6780355526 km.
Het vliegtuig vliegt horizontaal en op de hoogste hoogte is de gemeten hoek kleiner dan wanneer het vliegtuig lager vliegt. Het lijkt erop dat dit een foutieve meting is door de waarnemer.
5. Om bij punt 4 wiskundig / statistisch aan te tonen of in de metingen één of meerdere uitschieters aanwezig zijn, worden de uitkomsten van de metingen in een boxplot geplaatst. Hierbij wordt de kolom 'Sraal aarde in km' in de boxplot geplaatst.

Gegevensanalyse 2: Wiskundige analyse van de uitkomsten van de metingen in een boxplot.

1. Om de boxplot te berekenen en te laten zien, is gebruikgemaakt van een programma op internet met de volgende url: <http://www.alcula.com/calculators/statistics/box-plot/>
Let op! In de data moet de komma vervangen worden door een punt.
2. In de boxplot wordt aangetoond dat er een uitschieter in de data aanwezig is.
Waarden hoger dan $Q3 + 1.5 \times IKA$ of lager dan $Q1 - 1.5 \times IKA$ worden als uitschieters beschouwd. IKA is interkwartielafstand ($Q3 - Q1$), zie verder de url: <https://nl.wikipedia.org/wiki/Boxplot>
3. De uitschieter is een extreme uitschieter.
Waarden hoger dan $Q3 + 3 \times IKA$ of lager dan $Q1 - 3 \times IKA$ worden als extreme uitschieters beschouwd.
4. In de vorige analyse is het vermoeden beargumenteerd dat er een uitschieter aanwezig is. In de boxplot is aangetoond dat er een extreme uitschieter aanwezig is.
Tevens is het meetresultaat waarop het vermoeden bestaat dat de uitschieter de waarde die in de boxplot als externe uitschieter wordt aangetoond:
Een waarde die als uitschieter kan worden opgevat is op het tijdstip 10:34:47 met als uitkomst een straal van 32565,6780355526 km.
5. Met uitschieters kan op verschillende manieren omgegaan worden, zie verder url: <https://wiki.uva.nl/methodologiewinkel/index.php/Outliers>.
Hier is geen eenduidige werkwijze voor.
Het meetresultaat wordt verwijderd uit de dataset, omdat:
 - het om een uitschieter gaat.
 - het om een extreme uitschieter gaat.
 - in de vorige analyse duidelijk wordt gemaakt dat het om een grote meetfout gaat.

Tabel 2 Gegevensanalyse

Sample size: 15
Median: 6522.63058532639
Minimum: 4021.38524555291
Maximum: 32565.6780355526
First quartile: 5375.77563925446
Third quartile: 8806.77872767975
Interquartile Range:
3431.0030884253
Outlier: 32565.6780355526



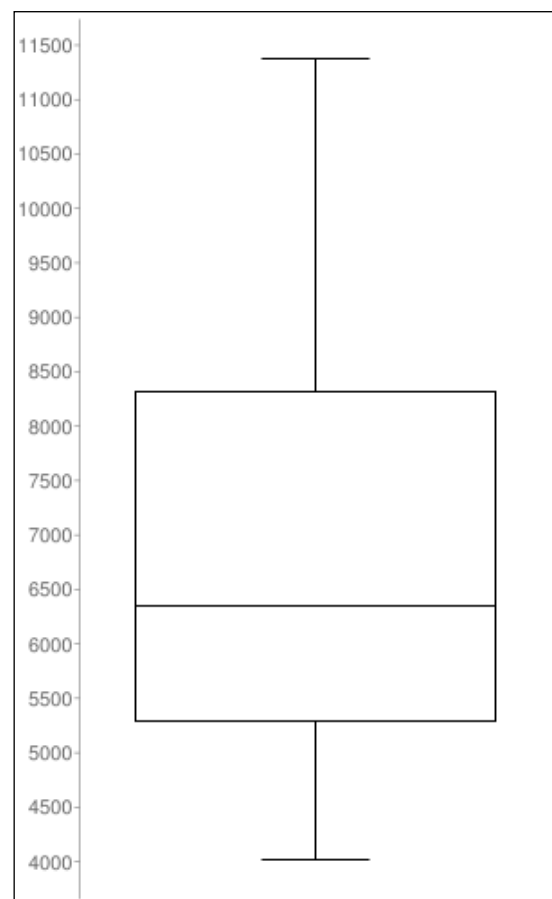
Gegevensanalyse 3: Boxplot van de gecorrigeerde dataset zonder extreme uitschieters.

1. De gecorrigeerde dataset bevat geen extreme uitschieters. Deze zijn verwijderd, zie de vorige analyse.
2. Sowieso bevat de gecorrigeerde dataset geen enkele uitschieter.
3. Bij de meest ideale meting moet bij iedere meting de exacte straal van de aarde als uitkomst komen.
4. Wanneer zeer goed gemeten zou zijn, zouden de meetresultaten zeer dicht bij elkaar moeten liggen en de uitkomsten zouden ook dicht bij elkaar moeten liggen.
5. De boxplot laat een scheve verdeling zien en geen normale verdeling. Er wordt aangetoond dat er een spreiding naar boven ligt.
Het is een scheve verdeling en geen normale verdeling hetgeen nogmaals getoond wordt in het histogram.
6. Doordat het een scheve verdeling is, wordt er gebruikgemaakt van de mediaan als gemiddelde waarde in plaats van het berekenen van het gemiddelde. Indien het gemiddelde berekend wordt, zouden de grote waarden te veel invloed hebben op de uitkomst. (<https://www.youtube.com/watch?v=d1ICkxY8zOg>)

Hieruit volgt dat voor de straal van de aarde de mediaan gebruikt wordt: 6346.9747778814 km

Tabel 3 Gegevensanalyse 3

Sample size: 14
Median: 6346.9747778814
Minimum: 4021.38524555291
Maximum: 11371.9828349769
First quartile: 5287.0319243348
Third quartile: 8308.545236786
Interquartile Range: 3021.5133124512
Outliers: none



Berekende straal en omtrek van de aarde

$$r = 6346.9747778814 \text{ km}$$

$$\text{Omtrek aarde} = 2\pi * r$$

$$\text{Omtrek aarde} = 2\pi * 6346.9747778814 \text{ km}$$

$$\text{Omtrek aarde} = 39879,2186694238 \text{ km}$$

De vastgestelde referentiestraal en omtrek van de aarde

$$r = 6378 \text{ km}$$

$$\text{Omtrek aarde} = 40075 \text{ km}$$

Nauwkeurigheid berekende straal en omtrek van de aarde ten opzichte van de referentie

$$r_{\text{absoluut verschil}} = |r_{\text{referentie}} - r_{\text{berekend}}|$$

$$r_{\text{absoluut verschil}} = |6378 \text{ km} - 6346,9747778814 \text{ km}|$$

$$r_{\text{absoluut verschil}} \approx 31 \text{ km}$$

$$\text{omtrek aarde}_{\text{absoluut verschil}} = |\text{omtrek aarde}_{\text{referentie}} - \text{omtrek aarde}_{\text{berekend}}|$$

$$\text{omtrek aarde}_{\text{absoluut verschil}} = |40075 \text{ km} - 39879,2186694238 \text{ km}|$$

$$\text{omtrek aarde}_{\text{absoluut verschil}} \approx 196 \text{ km}$$

$$r_{\text{nauwkeurigheid}} = \frac{r_{\text{berekend}}}{r_{\text{referentie}}} * 100 \%$$

$$r_{\text{nauwkeurigheid}} = \frac{6346.9747778814 \text{ km}}{6378 \text{ km}} * 100 \%$$

$$r_{\text{nauwkeurigheid}} \approx 99,5 \%$$

$$\text{omtrek aarde}_{\text{nauwkeurigheid}} = \frac{\text{omtrek aarde}_{\text{berekend}}}{\text{omtrek aarde}_{\text{referentie}}} * 100 \%$$

$$\text{omtrek aarde}_{\text{nauwkeurigheid}} = \frac{39879,2186694238 \text{ km}}{40075 \text{ km}} * 100 \%$$

$$\text{omtrek aarde}_{\text{nauwkeurigheid}} \approx 99,5 \%$$

Op 20 juli 2019 is onderzoek 2 uitgevoerd op de bovenste verdieping van een appartementencomplex in Almere. De hoogte van dit gebouw is ongeveer 40 meter. Er zijn geen resultaten behaald naar aanleiding van dit onderzoek.

Op 27 juli 2019 is onderzoek 2 uitgevoerd op de Ericsson Globe in Stockholm op een hoogte van 130 meter boven zeeniveau. Er zijn geen resultaten behaald naar aanleiding van dit onderzoek.

7.5 Conclusies

Conclusies onderzoek 2:

1) Geeft aan dat de aarde rond is.

Wanneer de aarde plat zou zijn, verdwijnt de zon achter de horizon wanneer de proefpersonen liggen. Wanneer de proefpersonen opstaan, zou de zon (bij een platte aarde) niet meer te zien zijn.

Het bewijs dat de aarde rond is, wordt geleverd doordat de zon nog steeds te zien is wanneer hij achter de horizon verdwijnt wanneer de proefpersonen liggen en wanneer ze weer opstaan. Door de kromming van de aarde blijft de zon zichtbaar op een hogere afstand (wanneer de proefpersonen staan).

2) Het is eenvoudig uit te voeren onderzoek, maar er is helder weer nodig en het zicht op de zon moet goed zijn tijdens zonsopkomst of -ondergang.

3) Het model of de wiskundige methode hangt af van de tijd, de hoogte, de hoek in graden en de draaiing van de aarde. Er zijn teveel variabelen die het onderzoek beïnvloeden.

4) De uitkomst is onnauwkeurig, gezien de metingen en uitkomsten in Almere.

Het is de vraag of dit een correcte methodiek is om de omtrek van de aarde te berekenen, zie hiervoor de discussie. De resultaten van dit onderzoek zijn niet bruikbaar om de omtrek van de aarde te berekenen.

Conclusies onderzoek 4:

1) Door metingen te doen met de Theodolite App kan worden aangetoond dat de straal van de aarde nauwkeurig kan worden berekend.

2) Er is helder weer nodig, maar het is niet nodig om goed zicht te hebben op de zon of een ander hemellichaam.

3) Bij het model of de wiskundige berekeningen is men minder afhankelijk van de variabelen die elkaar beïnvloeden bij de metingen.

Uitwerking onderzoeksvraag:

Hoe wordt de omtrek van de aarde berekend?

De omtrek van de aarde wordt tegenwoordig berekend door gebruik te maken van satellieten. (Hoofdstuk 5)

Uitwerking deelvragen:

Op welke manier kan worden aangetoond dat de aarde rond is?

Er zijn verschillende manieren om aan te tonen dat de aarde rond is.

Dit kan worden gedaan door bijvoorbeeld te kijken naar de hoogte op aarde: hoe hoger men staat, hoe verder men kan kijken. Door tijdszones ziet men dat het op het ene deel van de aarde licht is terwijl een ander deel van de aarde donker is. Wanneer men naar de sterren kijkt, ziet men andere sterren in het noorden dan in het zuiden.

Ook door schepen te observeren aan de horizon kan worden gezien dat de aarde rond is: schepen 'verdwijnen' achter de horizon, dus de aarde moet rond zijn. (Hoofdstuk 3)

Hoe berekende men de omtrek van de aarde vroeger?

Vroeger berekende men de omtrek van de aarde door berekeningen te maken met lengtecirkels (Eratosthenes), door berekeningen te maken met de hoogte en de hoeken van een hoog punt (berg) (Al-Biruni) en door te beredeneren dat alle hemellichamen rondvormig waren (Pythagoras). (Hoofdstuk 1)

Hoe wordt de omtrek van de aarde tegenwoordig berekend?

Huidige berekeningen voor het meten van de omtrek van de aarde worden gedaan door gebruik te maken van satellieten. (Hoofdstuk 5)

Wat is het nut van deze toepassingen vroeger en tegenwoordig?

- 1) Navigatie en plaatsbepaling.
- 2) Reizen / bepalen van routes.
- 3) Geostationaire banen van satellieten bepalen.
- 4) Klimaat- en gravitatieonderzoek.
- 5) Definitie van een meter.

7.6 Discussie

Bij onderzoek 2 is tijdens het uitwerken van de resultaten naar voren gekomen dat niet de straal van de lengtegraad van de aarde werd berekend, maar de straal van de breedtegraad.

Bij dit onderzoek is gebruikgemaakt van de zon. De zon beweegt van oost naar west, dus daarom komt de omtrek van het onderzoek niet overeen met de omtrek van de aarde gemeten over de lengtegraad. De bron waar vanuit is geredeneerd, is niet juist (<https://www.quora.com/When-and-how-did-scientists-measure-the-radius-of-the-earth>).

Ook is gebleken dat het maken van foto's tijdens een ondergaande zon te langzaam gaat. Het moment tussen 2 foto's bedraagt 2 of 3 seconden. De oplossing hiervoor is om de *burst mode* op de iPhone X te gebruiken. Met de *burst mode* wordt een grote hoeveelheid foto's in een zeer korte tijd gemaakt, 10 foto's per seconde. Op die manier wordt de zonsondergang gefotografeerd met een groot aantal foto's waar bij het analyseren van de foto's precies het moment (en de foto) kan worden teruggevonden waarop de zon helemaal achter de horizon verdwijnt. Dit is een nauwkeurige manier van meten, want de tijd wordt tot op de seconde op alle foto's vermeld.

Met de Theodolite App kon onderzoek 4 niet altijd worden uitgevoerd.

De app of de telefoon waar de app op staat functioneerde niet goed, omdat de app of de telefoon niet nauwkeurig genoeg is met betrekking tot het meten van hoogtes.

Er is onderzoek gedaan op verschillende hoogtes: op de bovenste verdieping van een appartementencomplex in Almere van circa 40 meter, op het dak van de Ericsson Globe in Stockholm van ongeveer 130 meter boven zeeniveau en vanuit een vliegtuig op ongeveer 8,3 kilometer hoogte.

De Theodolite App gaf geen of foutieve metingen op 40 meter en op 130 meter. De metingen uit het vliegtuig waren wel bruikbaar, omdat de hoogte van 8,3 kilometer aanzienlijk verschilt. In Almere zijn verschillende hoogtemetingen gedaan, op verschillende locaties, maar overal gaf de app dezelfde hoogte aan.

Echter, uit literatuuronderzoek op het internet omtrent nauwkeurigheid van onder andere de iPhone voor hoogtebepaling blijkt dat er iets anders aan de hand is. Om de hoogte te bepalen, gebruikt de iPhone GPS en die gaat er vanuit dat de aarde voldoet aan een bepaalde vorm of een bepaald model. Om lokaal exact de hoogte te bepalen, zal er een correctie moeten worden uitgevoerd om zo de daadwerkelijk hoogte te verkrijgen.

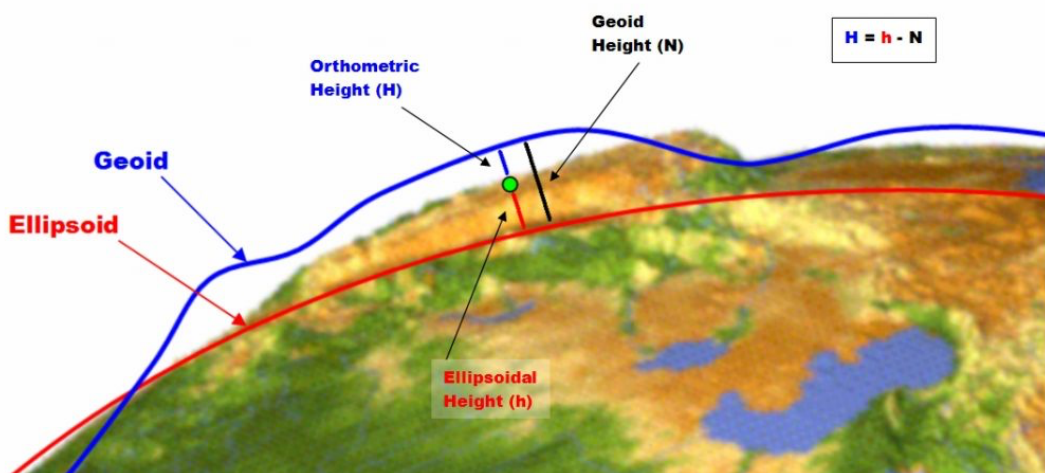
Hiervoor moet de volgende formule gebruikt worden:

$$H = h - N$$

H = Orthometrische hoogte

h = Ellipsoïdehoogte gemeten met GPS

N = Geoïdehoogte / golving



Afbeelding 25 Hoogte aardoppervlak bepalen

Voorbeeld:

De geoïdehoogte (het verschil tussen de geoïde- en ellipsoïdereferenties; voor N wordt een bepaald geoïdemodel gebruikt) voor een bepaalde locatie is -22.835 meter. De ellipsvormige hoogte van zijn ontvanger is 102.451 meter. Met deze twee getallen kan de orthometrische hoogte (de hoogte van het topografisch oppervlak tegenover de geoïde (ware hoogte) worden berekend.

$$H = (102.451 \text{ meter}) - (-22.835 \text{ meter})$$

$$H = 125.286 \text{ meter}$$

De onderzoeken zijn gezien de tijdnood niet opnieuw uitgevoerd en herberekend. Echter, hierboven is verklaard waarom er een 'afwijking' in de iPhone zat. Deze afwijking heeft bijna geen invloed op de metingen vanuit het vliegtuig, omdat het vliegtuig zich op grote hoogte bevond.³⁹

³⁹<https://eos-gnss.com/elevation-for-beginners>

Nawoord

De onderzoeken waren iets moeilijker uit te voeren en ook de berekeningen waren niet zo gemakkelijk als vooraf gedacht. De volgende activiteiten zijn uitgevoerd:

1. Vooronderzoek.
2. Hypothese en deelvragen opstellen.
3. Literatuuronderzoek.
4. Proeven ontwikkelen.
Model maken / uitwerken.
Formules herleiden.
5. Proeven uitvoeren.
6. Gegevensanalyse.
Data verzamelen.
Eventueel statistische analyse van de data.
Vaststellen correctheid van het onderzoek.
Vaststellen nauwkeurigheid van het onderzoek.
7. Conclusies.
8. Aanbevelingen.
9. Tussentijdse rapportage en aanpassingen.

Tijdens het vooronderzoek is vooral gezocht naar de onderwerpen van interesse; natuurkundige, wiskundige en sterrenkundige onderwerpen. Verder speelt mee dat het lijkt dat het een eenvoudig onderwerp is wat in het dagelijks leven als vanzelfsprekend wordt aangenomen. Hierdoor is de keuze gevallen op het onderwerp: Hoe wordt de omtrek van de aarde berekend?

Het opstellen van de hypothese en deelvragen was niet zo moeilijk.

Dit kwam sowieso doordat er vooronderzoek was gedaan en hierbij was al aangegeven op welke manier er onderzocht moest worden en op welke manier de onderbouwing moest zijn.

Daarnaast heeft de website van de universiteit TU Delft meegeholpen om een hypothese en deelvragen te formuleren. <https://pwstudelft.nl/stappenplan/>

Daarbij moet aangegeven worden dat het een goede manier is om zaken te onderbouwen en een onderwerp af te bakenen.

Het literatuuronderzoek was goed te doen.

Over het feit dat de aarde rond is, is voldoende te vinden op internet. Het onderwerp is actueel, zeker omdat er soms berichten naar voren blijven komen van groeperingen die van mening zijn dat de aarde nog steeds plat is. De bewijzen dat de aarde rond is, zijn er echter volop.

Verder is dit profielwerkstuk vooral gebaseerd op het zoeken via internet en het opzoeken in schoolboeken van de opleiding. Gezien de beschikbare tijd was er geen tijd om hele boeken te gaan doorlezen over dit onderwerp. Wat wel een gevolg is van het zoeken via internet is dat van artikel naar artikel en van onderwerp naar onderwerp wordt gesprongen. De moeilijkheid of het nadeel hierbij is om goed de focus te behouden omtrent het onderwerp. Een voordeel van deze manier van werken is dat het nieuwe ideeën oplevert en het laat zien dat veel met elkaar te maken heeft, er kunnen gemakkelijk verbanden worden gelegd.

Bij onderzoek 2 bleek dat bij het voorbeeld uit was gegaan van het berekenen van de straal van de lengtegraad, terwijl bij uitvoering bleek dat de straal van de breedtegraad was gemeten. In het onderzoek met het opspringen bij zonsondergang staat de zon centraal. De zon beweegt vanaf de aarde gezien van oost naar west, dus werd de straal van de breedtegraad gemeten. Het voorbeeld op de website bleek fout te zijn. Ook moest er bij dit onderzoek rekening worden gehouden met de weersomstandigheden. Tijdens de zomerperiode ging de zon rond 22:00 uur onder, maar wanneer de lucht bewolkt was, kon het onderzoek niet worden uitgevoerd. Het was belangrijk dat de lucht helder was zodat het goed te zien was op welk tijdstip de zon precies onder ging.

Bij onderzoek 4, waar gebruik werd gemaakt van het meten van de hoeken op hoogtes met de Theodolite App, bleek dat de app of de telefoon waar de app op stond niet geschikt was voor dit soort metingen. De hoogtes bleken niet te kloppen op de app waardoor de metingen niet naar behoren konden worden uitgevoerd. Het vliegtuig bleek een juiste hoogte voor de metingen te hebben waardoor er wel resultaat kon worden behaald. Vooraf was niet bekend dat de apparatuur waarmee gewerkt werd niet voldeed aan de uit te voeren onderzoeken.

Wat ook positief was aan het uitvoeren van de onderzoeken is dat er met relatief weinig middelen bruikbare resultaten zijn behaald. Er is niet veel materiaal nodig om onderzoek uit te voeren, maar er moet wel goed over de uitvoering worden nagedacht en dat kost veel tijd. Het is beter om onderzoeken te doen op de langere termijn om tot een optimaler resultaat te komen. Wanneer er meer tijd is voor onderzoek zijn er ook meerdere mogelijkheden voor verschillende onderzoeken.

Al met al zijn er goede resultaten behaald met de uitvoering van de onderzoeken en kan er een bewijs worden geleverd dat de aarde rond is. Verder is het met beperkte middelen en tijd mogelijk om met behulp van hulpmiddelen en wiskunde een nauwkeurige berekening te maken van de ronding van de aarde. Daarnaast is geprobeerd aan te geven wat de toepassingen en invloed zijn dat de aarde rond is. Verder is aangegeven hoe diverse bevindingen omtrent de ronding van de aarde door de tijd heen door welke personen zijn gedaan. Ten aanzien van navigatie- en plaatsbepaling laat het zien dat hoe het nu werkt met GPS dat dit nog maar sinds kort gemeengoed is, en dat nog niet zo heel lang geleden oudere technieken gebruikt werden.

Algemene aanbevelingen.

De volgende algemene aanbevelingen kunnen nog worden gedaan, namelijk:

1. Kies een onderwerp van interesse wanneer die mogelijkheid bestaat.
2. Begin op tijd aan het profielwerkstuk te werken, zeker gezien de andere werkzaamheden die er zijn dan alleen het uitwerken van het profielwerkstuk.
3. De besprekingen en afspraken met de begeleider van het profielwerkstuk zijn als prettig ervaren. Verder is het belangrijk om deze afspraken na te komen.
Naast de op- en aanmerkingen van de begeleider is het nodig om deadlines te halen en om zaken gedaan te krijgen in de voortgang van de uitvoering van het profielwerkstuk.

Aanbevelingen omtrent het onderzoek.

De aanbevelingen omtrent het onderzoek:

1. De ontbrekende onderzoeken kunnen nog worden uitgevoerd. In verband met de tijd of in samenwerking met meerdere personen kunnen de overige onderzoeken ook worden uitgevoerd.
2. Meer onderzoeken uitvoeren zodat de resultaten nog nauwkeuriger worden.
3. Eventueel vervolgonderzoek met betrekking tot de nauwkeurigheid van de iPhone. In dit onderzoek is dit alleen kort via literatuuronderzoek onderzocht.

Bronvermelding

1. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 21-03-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Bolvormige_Aarde
2. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 11-02-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Bolvormige_Aarde#Aristoteles
3. *Beyond the Atmosphere: Early Years of Space Science* (z.d.). Geraadpleegd op 23-01-2019, <https://history.nasa.gov/SP-4211/ch11-4.htm#fig36>
4. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 23-01-2019, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Eratosthenes>
5. Rekenen met aardrijkskunde (z.d.). Geraadpleegd op 23-01-2019, http://rekenenmetaardrijkskunde.nl/downloads/a_rekenen_aan_de_aarde_opdrachten_juli_2011.pdf
6. Halted, S., Owlcation (18-07-2017). Geraadpleegd op 17-06-2019, <https://owlcation.com/stem/How-to-Determin-the-Radius-of-the-Earth-Al-Birunis-Classic-Experiment>
7. Blogspot flat earth insanity (30-09-2016). Geraadpleegd op 17-06-2019, <https://flatearthinsanity.blogspot.com/2016/09/how-al-biruni-calculated-circumference.html>
8. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 21-03-2019, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Sferoïde>
9. Veld, Th. in 't (z.d.). Geraadpleegd op 03-01-2020, <https://www.spacepage.be/artikelen/natuurkunde/algemeen/de-wetten-van-kepler>
10. Bouwens, R.E.A. & Groot, P.A.M. de e.a., Binas havo/vwo 6e editie, tabel blz. 35A. Geraadpleegd op 06-01-2020.
11. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 06-01-2020, https://nl.wikipedia.org/wiki/Wetten_van_Kepler
12. Dierick, A., Wetenschap.InfoNu (22-03-2016). Geraadpleegd op 17-06-2019, <https://wetenschap.infonu.nl/diversen/152727-indeling-aarde-in-lengtegraden-en-breedtegraden.html>
13. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 05-01-2020, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Chronometer>
14. De Telegraaf (28-09-2019). Geraadpleegd op 04-01-2020, <https://www.telegraaf.nl/nieuws/825353490/de-aarde-is-plat-maar-dat-mogen-we-niet-weten>
15. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 22-09-2019, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Maansverduistering>
16. Kessler, A., Kijk Magazine (12-01-2019). Geraadpleegd op 21-03-2019, <https://www.kijkmagazine.nl/mens/flat-earth-cruise/> en Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 21-03-2019, [https://nl.wikipedia.org/wiki/Propagatie_\(radio\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Propagatie_(radio))
17. Jeppesen, R., Wetenschap in Beeld (26-03-2019). Geraadpleegd op 16-06-2019, <https://wibnet.nl/heelal/zonnestelsel/aarde/5-tastbare-bewijzen-dat-de-aarde-rond-is>
18. Kumar, N., Quora (07-03-2018). Geraadpleegd op 16-06-2019, <https://www.quora.com/When-and-how-did-scientists-measure-the-radius-of-the-earth>
19. InfoNu (13-07-2019). Geraadpleegd op 18-08-2019, <https://wetenschap.infonu.nl/diversen/174484-hoe-kun-je-de-bolling-van-de-aarde-uitrekenen-of-aantonen.html>
20. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 15-03-2019, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Navigatie>
21. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 10-11-2019, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Poolster>
22. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 10-11-2019, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Navigatie>
23. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 10-11-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Aardmagnetisch_veld
24. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 10-11-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Magnetische_declinatie
25. Rieja, X., InfoNu (07-10-2019). Geraadpleegd op 10-11-2019, <https://wetenschap.infonu.nl/natuurverschijnselen/146161-geografische-polen-en-wisselend-magnetische-polen.html>

26. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 10-11-2019, [https://nl.wikipedia.org/wiki/Sextant_\(navigatie\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Sextant_(navigatie))
27. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 12-01-2020, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Theodoliet>
28. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 04-01-2020, https://en.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System
29. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 10-11-2019, https://en.wikipedia.org/wiki/Satellite_geodesy
30. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 04-01-2020, https://en.wikipedia.org/wiki/GRACE_and_GRACE-FO
31. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 16-06-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Gerard_Mercator#Wandkaarten
32. Barreveld, D.J., Stichting Michiel de Ruyter (z.d.). Geraadpleegd op 16-06-2019, <http://www.deruyter.org/uploads/media/Innovator-scheepsbouw%20navigatie.pdf>
33. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 16-06-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Meridiaan_van_Parijs
34. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 16-06-2019, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Meter>
35. Alberda, J.E. en Ebbinge, J.B., Delft Academic Press (mei 2003). Geraadpleegd op 16-06-2019, <https://delftacademicpress.nl/bij/a028extract.pdf>
36. Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 12-05-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Geostationaire_baan
37. Blok, B. et al., Newton, natuurkunde voor de bovenbouw 5 vwo, hoofdstuk 10. Geraadpleegd op 12-05-2019.
38. Bouwens, R.E.A. & Groot, P.A.M. de e.a., Binas havo/vwo 6e editie, tabel blz. 31 en tabel blz. 7A. Geraadpleegd op 12-05-2019.
39. Eos (30-01-2018). Geraadpleegd op 05-01-2020, <https://eos-gnss.com/elevation-for-beginners>

Bijlages

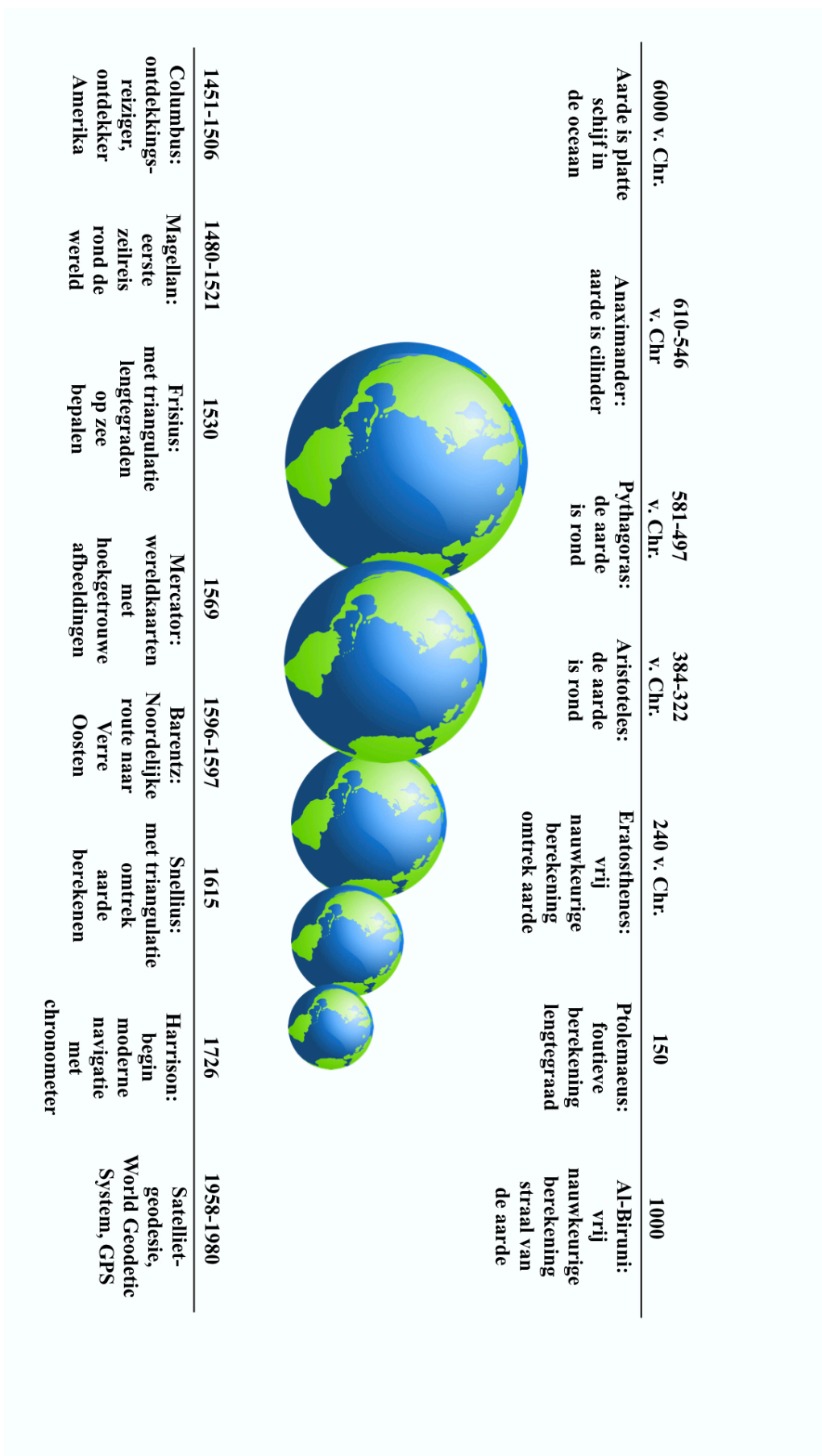
Bijlage 1 Tijddijn uitvindingen / ontdekkingen omtrek van de aarde

Bijlage 2 Tabel bij tijddijn

Bijlage 3 Foto's Theodolite App

Bijlage 4 Logboek

Bijlage 1 Tijdlijn uitvindingen / ontdekkingen omtrek van de aarde



Bijlage 2 Tabel bij tijdlijn

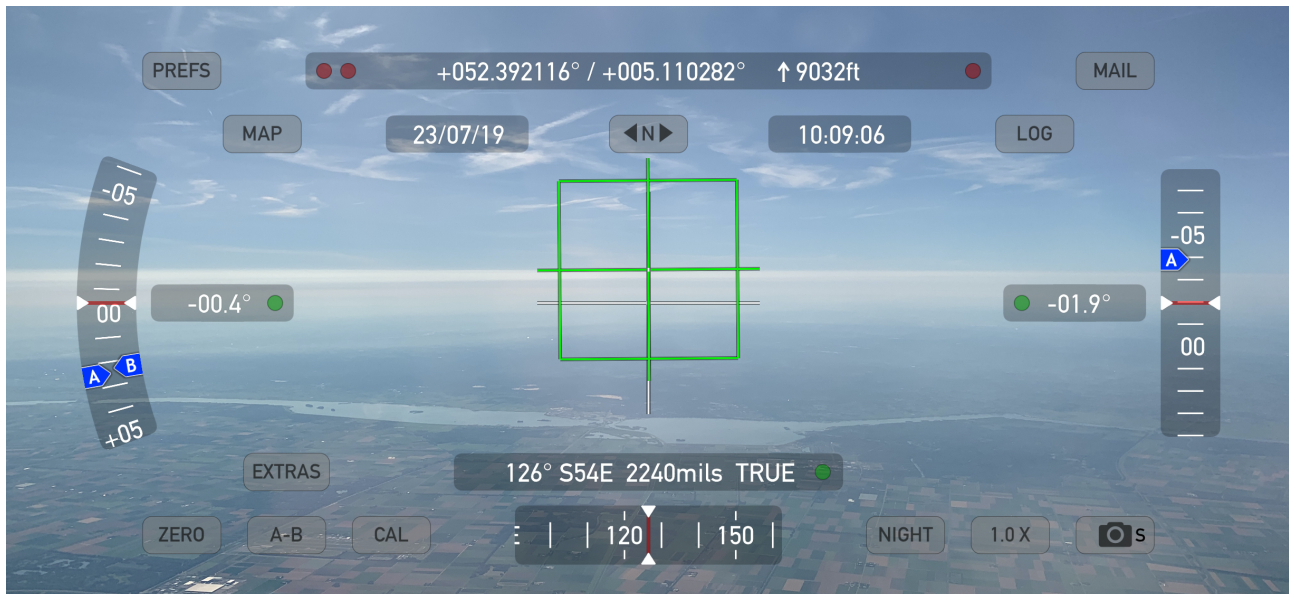
Periode	Wie	Uitvinding / ontdekking
6000 v. Chr.		Tijdens de periode 6000 v. Chr. dacht men in Mesopotamië dat de aarde een platte schijf was die ronddreef in de oceaan. Dit was vóór de ontdekkingsreizen.
610 - 546 v. Chr.	Anaximander	De filosoof Anaximander dacht dat de aarde cilindervormig was en omringd een omhulsel van vuur. Hij dacht dat de aarde vrij in de ruimte zweefde.
581 - 497 v. Chr.	Pythagoras	Pythagoras was een filosoof die stelde dat de aarde rond moest zijn, omdat alle andere hemellichamen ook rond waren.
384 - 322 v. Chr.	Aristoteles	De filosoof Aristoteles zei dat er in het noorden andere sterren konden worden waargenomen dan in het zuiden. Daardoor zou de aarde krom of in ieder geval niet plat zijn.
240 v. Chr.	Eratosthenes	De Griekse geleerde Eratosthenes kwam met een vrij nauwkeurige berekening om de omtrek van de aarde te berekenen.
150	Ptolemaeus	Ptolemaeus maakte een foutieve berekening van de lengtegraden met betrekking tot land waardoor Columbus over verkeerde informatie beschikte over de grootte van de omtrek van de aarde die hij nodig had voor zijn ontdekkingsreizen.
1000	Al-Biruni	De astronoom en wis- en natuurkundige Al-Biruni maakte een berekening om de straal van de aarde te bepalen met behulp van een berg. De berekening was behoorlijk nauwkeurig, maar werd pas veel later (in de 16e eeuw) in Europa ontdekt.
1451 - 1506	Columbus	Columbus was een ontdekkingsreiziger die wist dat de aarde rond was. Hij voer naar Indië door naar het westen te blijven varen en ontdekte daarbij per ongeluk Amerika. Dit was één van de belangrijkste ontdekkingen in de wereldgeschiedenis.
1480 - 1521	Magellan	Magellan was een Portugese ontdekkingsreiziger die de eerste zeilreis rond de aarde leidde.
1530	Frisius	De Nederlandse hoogleraar Frisius werd bekend door zijn uitvinding van de driehoeksmeting en hij maakte astronomische instrumenten. Hij maakte een uurwerk waarmee hij probeerde om lengtegraden op zee te bepalen. Eén van zijn leerlingen was Mercator, zie 1569.
1569	Mercator	Mercator was een Vlaamse cartograaf die wereldkaarten maakte met hoekgetrouwe afbeeldingen.
1596/1597	Barentz	Willem Barentz was een Nederlandse zeevaarder, cartograaf en ontdekkingsreiziger. Hij zocht een noordelijke, korte route naar het Verre Oosten.

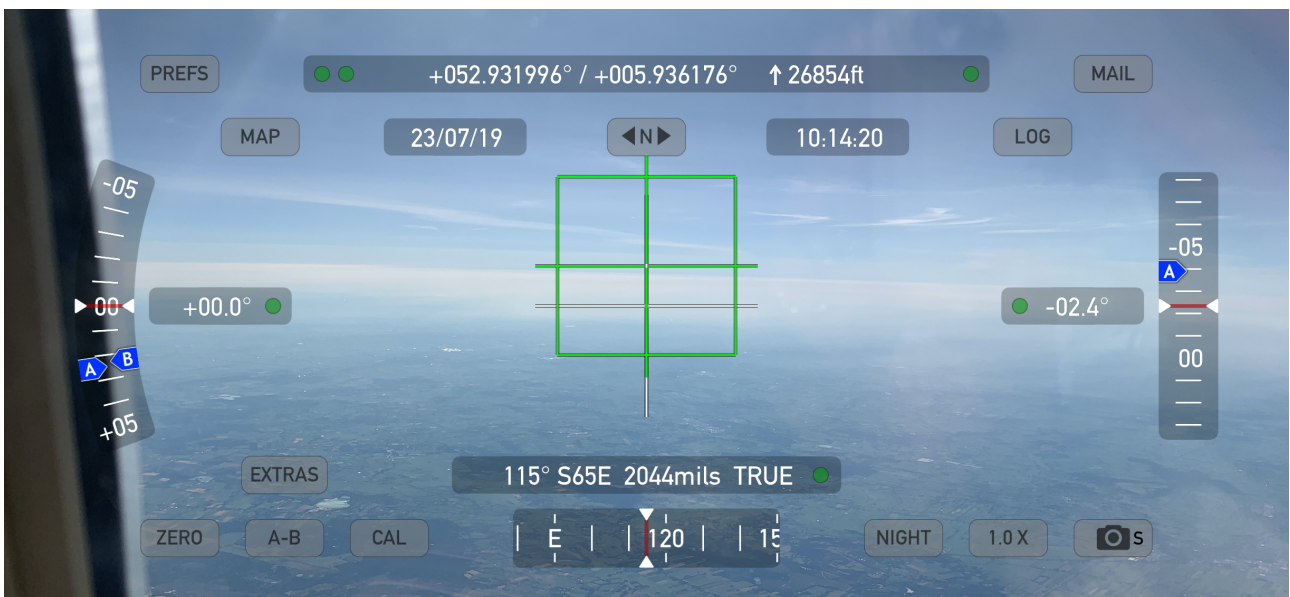
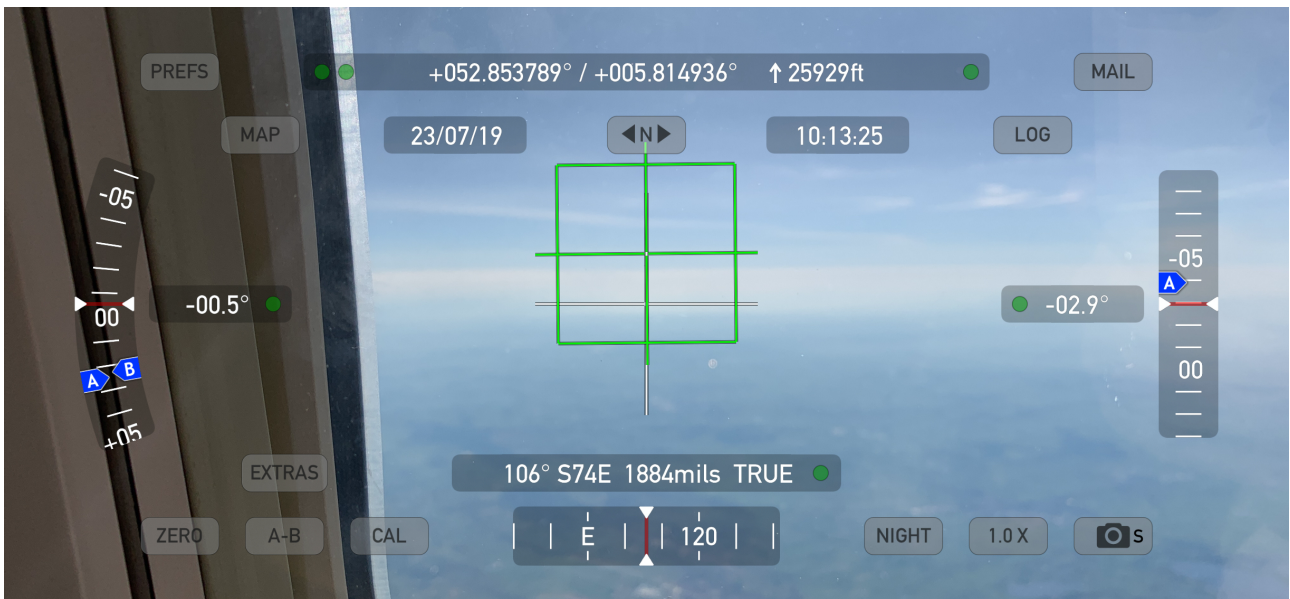
Periode	Wie	Uitvinding / ontdekking
1615	Snellius	De Nederlandse wis- en natuurkundige Snellius ontdekte een techniek met triangulatie (driehoeksmeting) waardoor in 1744 de eerste kaart van Frankrijk ontstond en waarmee hij de omtrek van de aarde kon berekenen.
1726	Harrison	Harrison is de uitvinder van de chronometer, het eerste instrument dat op zee de tijd kon aangeven en waarmee de lengtegraad bepaald kon worden. Deze uitvinding was het begin van de moderne navigatie.
1958		Satellietgeodesie wordt toegepast door kunstmatige satellieten in een baan om de aarde te brengen om de vorm en de omtrek van de aarde te bepalen. De gegevens die de satellieten opleveren worden toegepast voor onder andere navigatie en het bepalen van posities van objecten op aarde.
1970		Het World Geodetic System is een systeem dat wordt gebruikt voor cartografie, geodesie en navigatie.
1980		Global Positioning System (GPS) is een radionavigatiesysteem van de Amerikaanse luchtmacht om plaats en tijd op aarde te bepalen door het gebruik van satellieten.

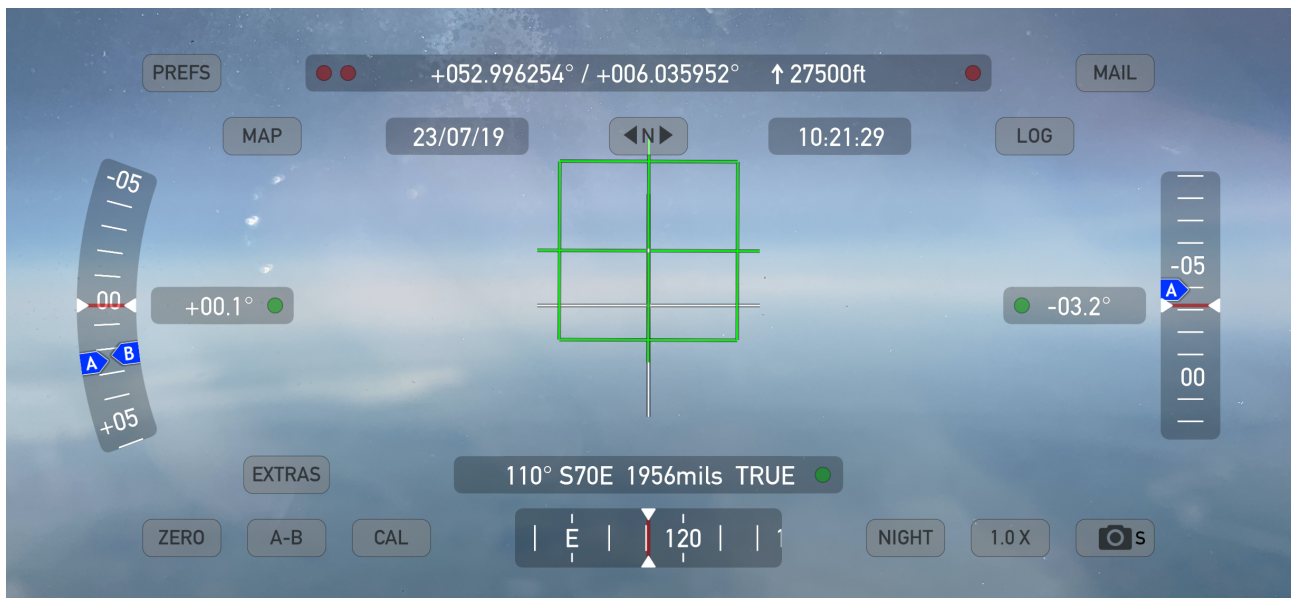
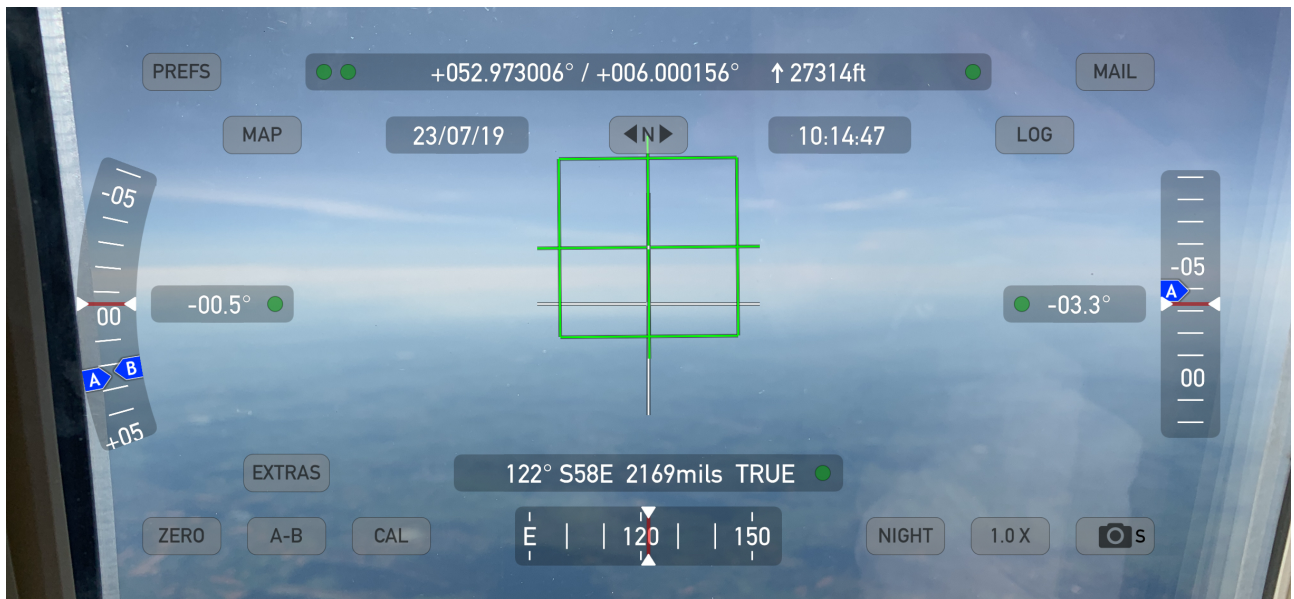
Bronvermelding bijlage 2

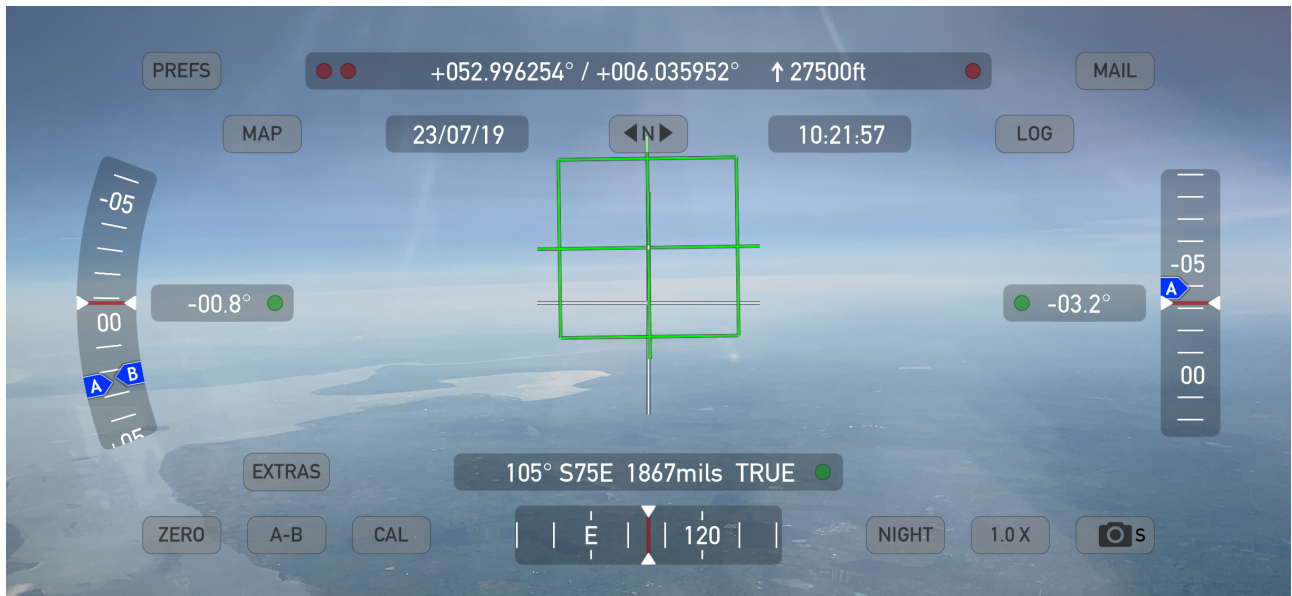
1. Anaximander: Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 23-09-2019, <https://nl.wikipedia.org/wiki/Anaximander>
2. Columbus: Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 23-09-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Christoffel_Columbus
3. Magellan: Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 23-09-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Ferdinand_Magellaan
4. Ptolemaeus: Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 23-09-2019, https://nl.wikipedia.org/wiki/Claudius_Ptolemaeus
5. Frisius: Sterrenkunde, Vereniging Gemma Frisius (z.d.). Geraadpleegd op 23-09-2019, https://www.sterrenkunde.nl/knvws-friesland/?page_id=10
6. Barentz: Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 04-01-2020, https://nl.wikipedia.org/wiki/Willem_Barentsz
6. Harrison: Martin, M., Atlas Obscura (z.d.). Geraadpleegd op 23-09-2019, <https://www.atlasobscura.com/places/john-harrisons-marine-chronometers>
7. World Geodetic System: Wikipedia (z.d.). Geraadpleegd op 23-09-2019, https://military.wikia.org/wiki/World_Geodetic_System
8. GPS: Alles over GPS (z.d.). Geraadpleegd op 23-09-2019, <http://www.allesovergps.nl/indexwat.html>

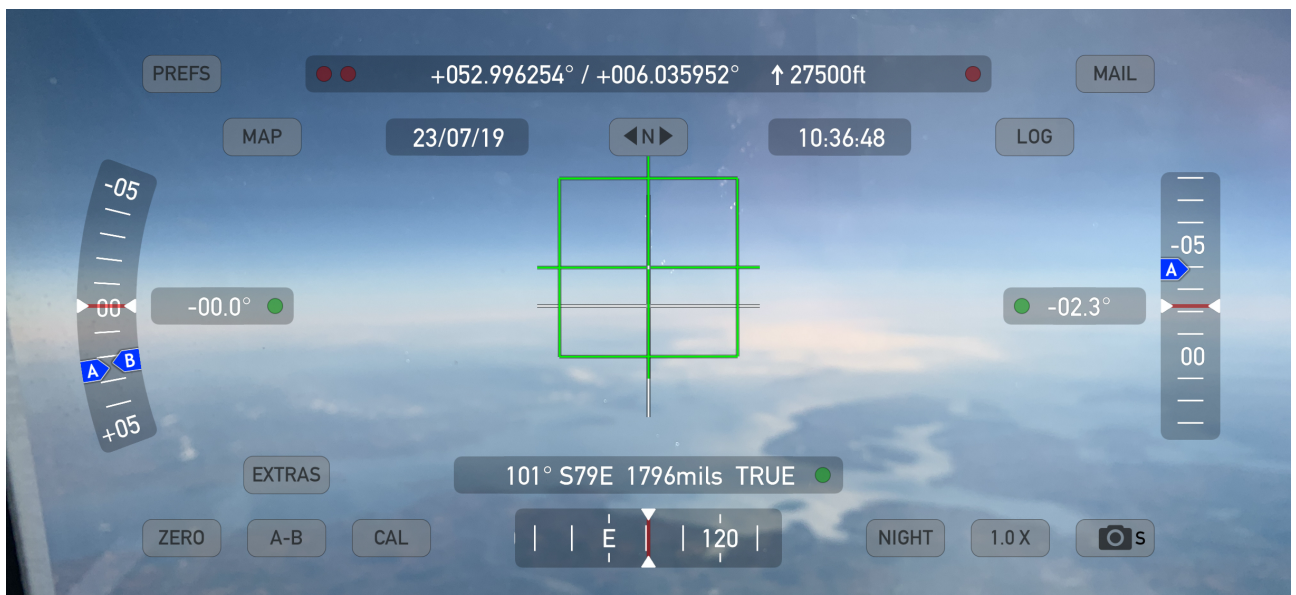
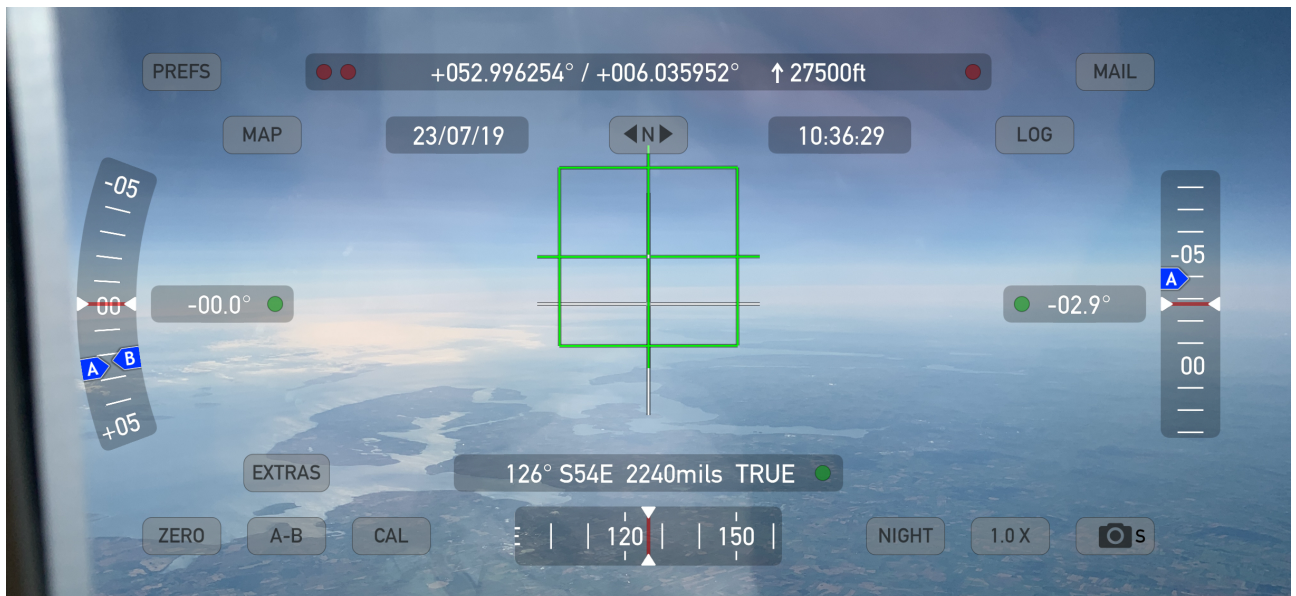
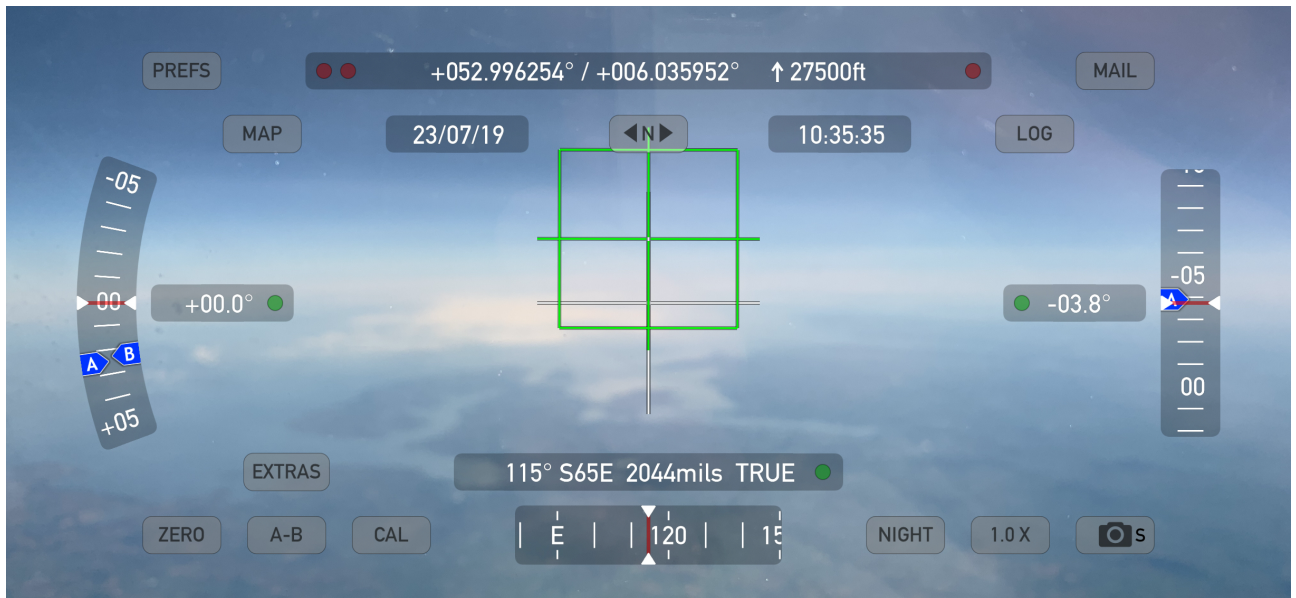
Bijlage 3 Foto's Theodolite App

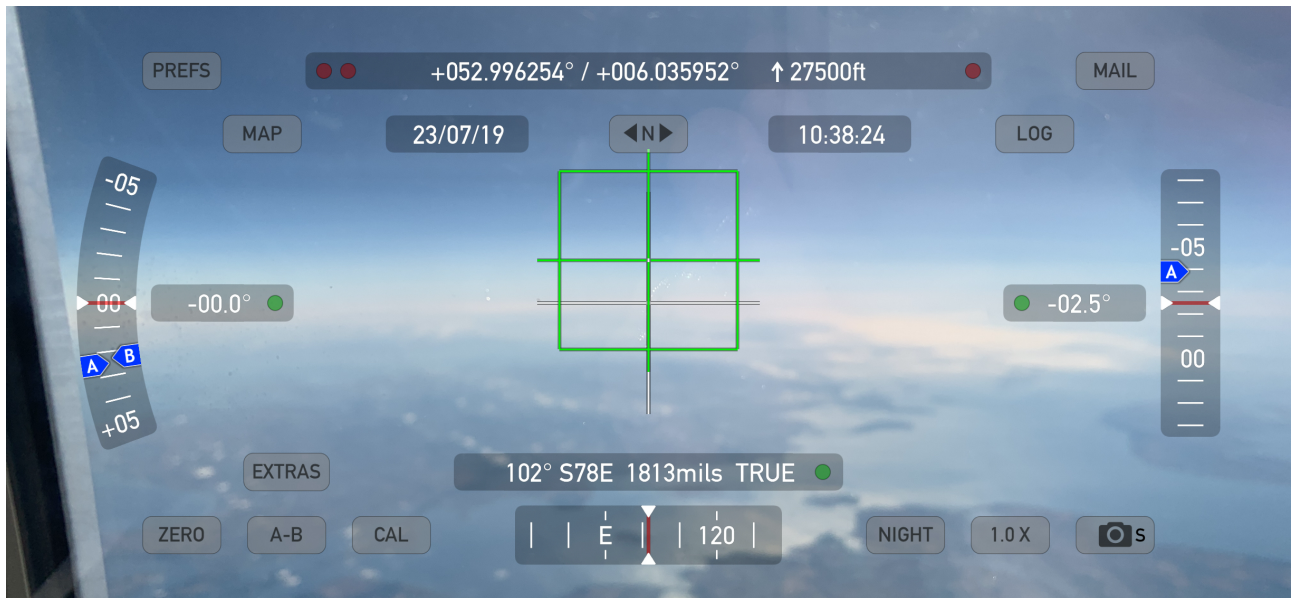












Bijlage 4 Logboek

20 december 2018	Bepalen onderwerp	
Kerstvakantie	Informatie zoeken over onderwerp	
20 januari 2019	Onderzoeksvraag en deelvragen	
22 januari 2019	Gesprek P. Mokveld: opzet profielwerkstuk	10 minuten
23 januari 2019	Literatuuronderzoek: methode Eratosthenes	1,5 uur
11 februari 2019	Literatuuronderzoek: Hoe wordt de kromming van de aarde voor navigatie gebruikt? Ideeën Aristoteles, Pythagoras. Hoofdstuk 2	5,5 uur
2 maart 2019	Literatuuronderzoek en voorwoord	3 uur
4 maart 2019	Schematische opzet profielwerkstuk maken	0,5 uur
15 maart 2019	Manieren om de kromming van de aarde te berekenen	2 uur
21 maart 2019	De vorm van de aarde, Onderzoek 1	3 uur
23 maart 2019	Video's Eratosthenes experiment, uitwerken onderzoek	1 uur
24 maart 2019	Eratosthenes experiment bedenken	2 uur
27 maart 2019	Gesprek P. Mokveld: voortgang pws	10 minuten
12 mei 2019	Uitwerken onderzoeken, bekijken filmpjes	2 uur
12 mei 2019	Berekenen geostationaire baan en formules uitwerken	2,5 uur

31 mei 2019	Verschillende locaties voor onderzoek 2 bezocht, 1e poging	45 minuten
3 juni 2019	Locatie voor onderzoek 2 bezocht, 2e poging	45 minuten
mei / juni 2019	Onderzoek internetbronnen kromming en omtrek van de aarde (filmpjes)	8 uur
16 juni 2019	Waarom is de aarde rond?	0,5 uur
16 juni 2019	Toepassingen	1,5 uur
16 juni 2019	Tijdslijn	0,5 uur
16 juni 2019	Hedendaagse berekeningen kromming van de aarde	1,5 uur
17 juni 2019	Theodolite App - functies	0,5 uur
17 juni 2019	Al-Biruni-methode: berekening straal aarde	0,5 uur
17 juni 2019	Lengte- en breedtegraden	0,5 uur
23 juni 2019	Workflow / Opdrachten Theodolite App	1 uur
28 juni 2019	Locatie voor onderzoek 2 bezocht, 3e poging	0,5 uur
30 juni 2019	Resultaten onderzoek 2 uitgewerkt	2 uur
1 juli 2019	Gesprek P. Mokveld: voortgang pws	10 min
1 juli 2019	Latex in Word overzetten om berekeningen uit te werken van onderzoek 2	1 uur
20 juli 2019	Onderzoek 2 Metingen Theodolite App op appartementencomplex Almere	1,5 uur

22 juli 2019	Theodolite App onderzoek: nulmeting / kalibreren	2 uur
23 juli 2019	Theodolite App onderzoek: metingen vanuit vliegtuig Almere - Göteborg	45 minuten
27 juli 2019	Theodolite App onderzoek: metingen vanaf Ericsson Globe Stockholm	15 minuten
18 augustus 2019	Theodolite App onderzoek: berekeningen van metingen 23 en 27 juli 2019	2 uur
18 augustus 2019	Theodolite App onderzoek: verwerken resultaten in tabel en berekening van straal aarde bij gemiddelde meting	1,5 uur
23 augustus 2019	Onderzoek 2: uitwerken resultaten	2 uur
20 september 2019	Tijdslijn bijwerken, afbeelding meridiaan, uitleg Al-Biruni, uitwerking maansverduistering (H3)	2 uur
21 september 2019	Onderzoek 4: uitzoeken uitbijters Geostationaire baan: uitwerken resultaten Onderzoek 2: uitwerken resultaten	4 uur
22 september 2019	Feedback P. Mokveld uitgewerkt: Al-Biruni, maansverduistering, verklaring berekening geostationaire baan	3 uur
22 september 2019	Tabel - verklaring tijdslijn	2 uur
22 september 2019	Grafieken en berekeningen	3 uur
23 september 2019	Tabel - verklaring tijdslijn	2 uur
23 september 2019	Uitwerken onderzoeksverslag	2 uur

23 september 2019	Uitwerken discussie, lay-out	1,5 uur
29 september 2019	Tijdslijn bijwerken, navigatie, onderzoeksresultaten	2,5 uur
1 oktober 2019	Lay-out en nawoord	1,5 uur
5 oktober 2019	Uitwerking methode Al-Biruni	2,5 uur
12 oktober 2019	Uitwerken formules en statistiek / boxplot	4 uur
13 oktober 2019	Uitwerken afleiding formule Al-Biruni en statistiek / boxplot	2 uur
14 oktober 2019	Lay-out, inhoudsopgave, paginanummering en bronvermelding	2,5 uur
30 oktober 2019	Gesprek P. Mokveld: voortgang pws	20 minuten
10 november 2019	Uitwerken theorie over ellipsbanen	2 uur
10 november 2019	Literatuuronderzoek navigatie	1 uur
3 januari 2020	Bronvermelding en lay-out	40 minuten
3 januari 2020	Uitwerking onderzoeksvraag en deelvragen	15 minuten
3 januari 2020	De wetten van Johannes Kepler (H2)	45 minuten
4 januari 2020	Teksten gewijzigd, veranderd en toegevoegd aan literatuuronderzoek	3,5 uur
5 januari 2020	Teksten gewijzigd, veranderd en toegevoegd aan literatuuronderzoek	2,5 uur
6 januari 2020	Uitwerking wetten van Kepler	1 uur
12 januari 2020	Bijlage: foto's Theodolite App, uitwerking theodoliet	3 uur = 102 uur